



Centro Stampa

ATTENZIONE QUESTI APPUNTI SONO OPERA DI STUDENTI , NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE. IL NOME DEL PROFESSORE SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

N° 4451

FISICA 2

TEORIA

2020-21

DI INSINGA MARIA LOURDES

Campo Eletrostatico

CAP 1

1.1 CARICHE ELETTRICHE

Electron: (nome greco dell'ambra) → elettroni

ISOLANTI → materiali che si caricano per strofinio, perché riescono a trattenere
CONDUTTORI → quelli che non trattengono (es. metalli)

SPERIMENTALMENTE si è deciso che esistono 2 tipi di cariche:

q^+ positiva → 2 q^+ si respingono
 q^- negativa → 1 q^+ e q^- si attraggono

unità di misura: $[C] = \text{Coulomb}$

→ la carica è una grandezza fisica **QUANTIZZATA**, cioè deve essere un multiplo di una carica elementare

$\left. \begin{array}{l} \rightarrow q^- \text{ elem: ELETTRONE} \\ \rightarrow q^+ \text{ elem: PROTONE} \end{array} \right\} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

1.2 STRUTTURA ELETTRICA DELLA MATERIA

Il numero atomico Z : n° di protoni e elettroni

Il numero di massa A : $Z + N$, n° protoni + neutroni
(N è neutro)

PRINCIPIO DI CONSERVAZIONE DELLA CARICA

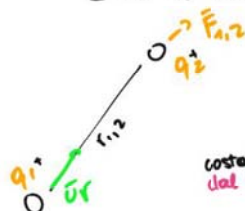
|| In un sistema elettricamente isolato la somma algebrica delle cariche presenti è costante ||

$$\sum_i q_i = \text{cost}$$

1.3 Legge di Coulomb

• Vale solo per cariche PUNTIFORMI e IN QUETE:

Dati 2 cariche si genera una forza:



$$F = k \frac{q_1 q_2}{r_{12}^2}$$

costante che dipende dal mezzo

$$k = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \approx 9 \cdot 10^9 \frac{\text{Nm}^2}{\text{C}^2} \text{ (mezzo vuoto)}$$

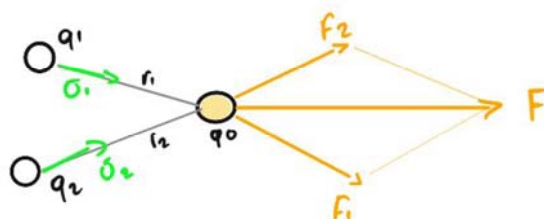
$$\epsilon_0 = \text{costante dielettrica del vuoto} \\ = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{C}^2}{\text{Nm}^2}$$

Segno opposto: si attraggono

forma vettoriale
$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r^2} \vec{u}_r$$

1.4 CAMPO ELETTROSTATICO

Le forze elettriche agenti su una carica q_0 si sommano vettorialmente
 ↳ **PRINCIPIO DI SOVRAPPOSIZIONE** (principio di indipendenza delle cariche simultanea)

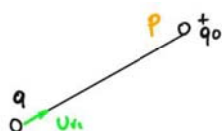


la carica q_1 genera una forza su q_0
 q_2 genera una forza su q_0
 $\rightarrow \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$

In generale:

$$\vec{F} = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0} \sum_i^N \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i$$

La forza è proporzionale a q_0 , possiamo introdurre la grandezza vettoriale:



$$\vec{E}(P) = \frac{\vec{F}}{q_0}$$

Campo Elettrico generato in un punto P dello spazio dalla carica di prova q_0

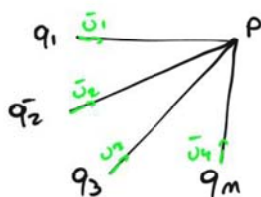
q_0 non altera il campo elettrostatico nel punto se e solo se q_0 è molto piccola, dal punto di vista teorico è più precisa se scriviamo:

$$\vec{E}(P) \stackrel{\text{def}}{=} \lim_{q_0 \rightarrow 0} \frac{\vec{F}}{q_0} \quad q_0 \text{ è sempre positiva } (q_0 \ll q_i)$$

↳ In generale nel punto P:

$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r$$

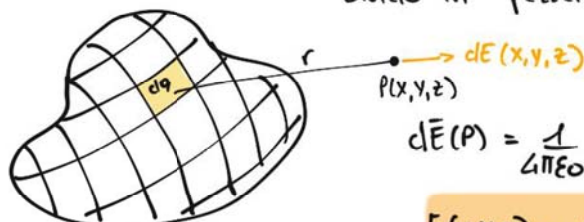
$\rightarrow q > 0 \vec{E}$ uscente
 $\rightarrow q < 0 \vec{E}$ entrante



$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i^n \frac{q_i}{r_i^2} \vec{u}_i$$

1.5 CORPO CONTINUO

Dividilo in "pezzetti" il corpo



$$dq = \rho(x', y', z') dV_{0e}$$

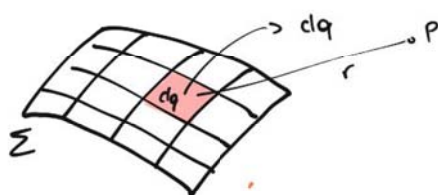
↳ densità di carica
Unità di volume

$$d\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r \Rightarrow \vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_Q \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$$

$$E(x, y, z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V_{0e}} \frac{\rho(x', y', z') dV_{0e}}{r^2} \vec{u}_r$$

$(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2$

$\rightarrow dx' dy' dz'$

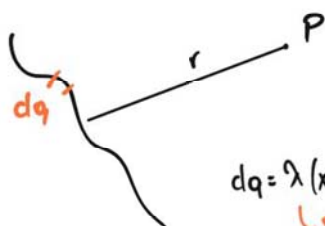


$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\sigma(x', y', z') d\Sigma}{r^2} \vec{u}_r$$

$P(x, y, z)$

$$dq = \sigma(x', y', z') d\Sigma$$

↳ Densità di carica per unità di superficie



$$\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda(x', y', z') dl}{r^2} \vec{u}_r$$

$$dq = \lambda(x', y', z') dl$$

↳ Densità di carica per unità di lunghezza

unità di misura:

$[E] \rightarrow \text{N/C}$	$[\sigma] \rightarrow \text{C/m}^2$
$[\rho] \rightarrow \text{C/m}^3$	$[\lambda] \rightarrow \text{C/m}$

1.6 Linee di forza del campo elettrostatico

Servono per rappresentare graficamente il campo elettrostatico

- ① sono tangenti al campo e il suo verso è concorde al campo
- ② non si incrociano mai
- ③ si addensano dove è massimo il campo vettoriale



④ Campo vettoriale uniforme:

linee parallele
ed equispaziate

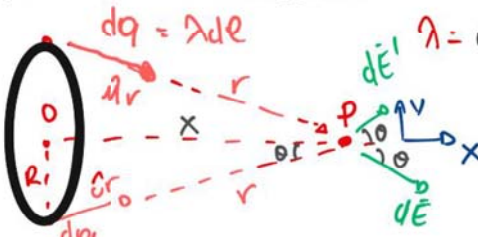


(costante verso e
direzione)

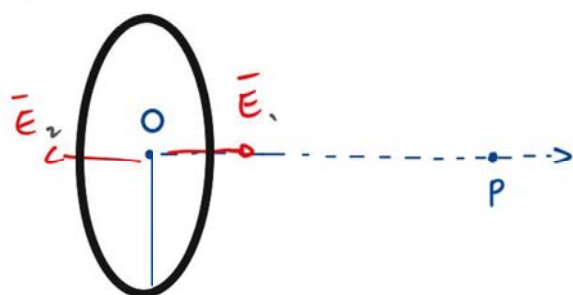
$$\vec{F} = q_0 \vec{E} = m \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q_0}{m} \vec{E} \quad \vec{E} \text{ cost} \rightarrow \vec{a} \text{ cost} \quad \text{HUA} \quad (1.7)$$

$$a=0 \rightarrow E=0$$

Campo conica circolare

q distribuite uniformemente sull'anello

 $dq = \lambda dl$
 $\lambda = \frac{q}{2\pi R}$
 $d\vec{E}' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \vec{u}_r$
 $d\vec{E}' = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \cos\theta \vec{u}_x$
 $\cos\theta = \frac{x}{r} = \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}}$
 le loro proiezioni sull'asse y si annullano
 → diretto nella direzione x

$$\begin{aligned}
 \vec{E} &= \int (d\vec{E} + d\vec{E}') = 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\lambda dl}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \cos\theta \vec{u}_x = \\
 &= 2 \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R^2 + x^2} \cdot \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}} \left(\int dl \right) \vec{u}_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda \times \pi R}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}_x = \\
 &= \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \vec{u}_x
 \end{aligned}$$



$$\vec{E} = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \cdot \vec{u}_x$$

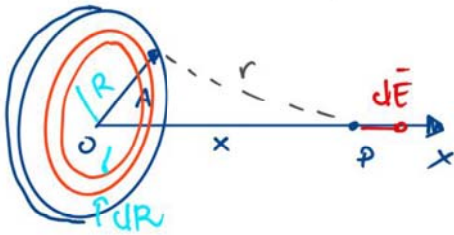
$|\vec{E}| = |\vec{E}_2|$
 → cambia solo il verso

$$x < 0 \rightarrow \vec{E} = - \frac{q|x|}{4\pi\epsilon_0 (R^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}_x$$

$$x \rightarrow \infty \quad (x \gg R) \quad \vec{E} = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 x^3} \vec{u}_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2} \vec{u}_x$$

viene approssimata ad una carica puntiforme

Campo di una superficie



$$\sigma = \frac{q}{\pi A^2}$$

uniforme sul disco stile

raggio disco

si suddivide in parti infinitesime il disco
→ abbiamo una simmetria cilindrica
nella distribuzione della carica

$$dq = \sigma dE = \sigma 2\pi R dR$$

ripetendo quello dell'anello: $d\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}_x$



$$dE = \pi(R+dR)^2 - \pi R^2 = \pi dR^2 + 2\pi R dR$$

trascurabile
→ 0

$$d\vec{E}(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\sigma 2\pi R dR x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \vec{u}_x =$$

$$\rightarrow \vec{E}(P) = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left[\int_0^A \frac{R dR}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \right] \vec{u}_x = -\frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{R^2 + x^2} \right)^{1/2} \Big|_0^A \vec{u}_x =$$

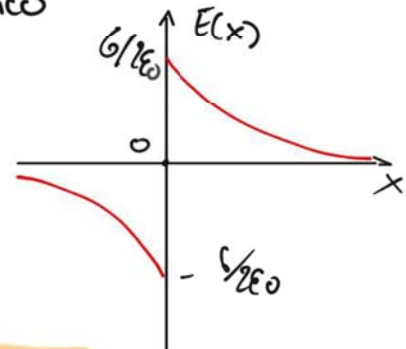
$$= \frac{\sigma x}{2\epsilon_0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{(A^2 + x^2)^{1/2}} \right) \vec{u}_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{x}{(A^2 + x^2)^{1/2}} \right) \vec{u}_x$$

$$\begin{matrix} x > 0 \\ x < 0 \end{matrix} \quad \vec{E}(P) = \pm \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{|x|}{(A^2 + x^2)^{1/2}} \right) \vec{u}_x$$

$x=0$ $\vec{E}(P) = \pm \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$

Discontinuità del campo
elettrostatico

se si avvicina da sx → -
se si avvicina da dx → + $\Rightarrow \Delta E = \frac{\sigma}{\epsilon_0}$

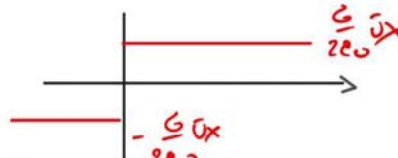


$x \rightarrow \infty$
 $x \gg A$ $\vec{E} = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \frac{1}{\left(\frac{A^2}{x^2} + 1 \right)^{1/2}} \right] \vec{u}_x$

$$\approx \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[1 - \left(1 - \frac{1}{2} \frac{A^2}{x^2} \right) \right] \vec{u}_x = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \pi \frac{1}{2} \frac{A^2}{x^2} \vec{u}_x = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 x^2} \vec{u}_x$$

come se ci fosse
una carica
puntiforme

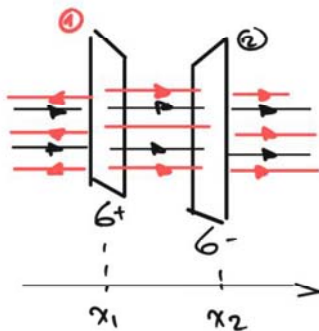
nel caso che A prevalga su x : $\vec{E}(P) = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \vec{u}_x$



→ discontinuità del campo elettrostatico

→ $A \rightarrow \infty$
 $A \gg x$ → caso di un piano indefinito (infinito)

Due piani indefiniti //



in campi E_+ e E_- sono uguali in modulo
 → ma hanno verso opposto nella parte esterna
 e si sommano vettorialmente e si annullano

PARTI INTERNA ($x_1 < x < x_2$)

$$E = E_+ + E_- = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \vec{u}_x$$

$$\frac{\sigma^+}{2\epsilon_0} - \frac{\sigma^-}{2\epsilon_0}$$

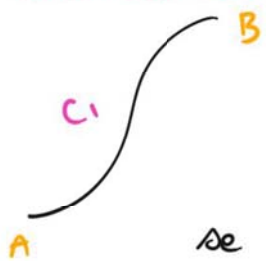
Il campo è presente solo all'interno

Lavoro Elettrico

CAP. 2

2.1 lavoro della forza elettrica, Tensione e Potenziale

- lavoro della forza elettrica - (in un campo elettrostatico)



$$W_{AB} = \int_{A/C_1}^B \vec{F} \cdot d\vec{s}$$

↳ in generale dipende dalla forma

Il lavoro dipende dagli estremi.
↳ posso associare un'energia potenziale $\vec{E} \cdot \vec{s}$

se $\vec{F}_{els} = q_0 \vec{E}_{els} \rightarrow$ **forza conservativa**
↳ **campo conservativo**

la forza che agisce su una carica si esprime sempre come prodotto della carica per un $\vec{E}$

$$W_{AB} = \int_A^B \vec{F}_{els} \cdot d\vec{s} = -\Delta U_e = U_{eA} - U_{eB}$$

|| $\vec{E}$ è un campo ELETTRIMOTORE ||

↳ se A e B coincidono $\rightarrow$ lavoro nullo : se $A=B$: $W_{AB}=0$

↳ $W_{AB} = q_0 \int_A^B \vec{E}_{els} \cdot d\vec{s} = q_0 (V_A - V_B)$ $\rightarrow$ posso dire che l'integrale di linea del campo $\vec{E}_{els}$ è uguale all'opposto della differenza di potenziale elettrostatico
↳ integrale di linea

• lavoro necessario per spostare la carica da A a B

$$\Delta U = U_{eA} - U_{eB} = q_0 (V_A - V_B) \Rightarrow U_{eA} = q_0 V_A$$

unità di misura [V] = Volt, V $\rightarrow 1V = \frac{1J}{1C}$

elettronvolt : $1eV = 1,6 \cdot 10^{-19} J$

$$\Delta V = \int_A^B \vec{E}_{els} \cdot d\vec{s}$$

• Se $\vec{E}$ non è elettrostatico :

$$\int_{A/C_1}^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \neq V_A - V_B$$

$\rightarrow$ BISOGNA tener conto della FORMA e inoltre non si può associare un potenziale elettrostatico

↳ viene chiamato T_{AB/C_1} , Tensione elettrica su C_1

• Se integro su un percorso chiuso

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = \mathcal{E} \rightarrow \text{forza elettromotrice (tensione)}$$

$\rightarrow$ se è Elettrostatico la CIRCOLAZIONE è nulla, quindi $\mathcal{E}$ nulla, non scorre corrente perché è nullo il lavoro compiuto per spostare le cariche di nuovo nella posizione iniziale

2.4 Campo come grad del potenziale

	U in un punto P	V in un punto P
	$\int_A^B \vec{F}_{els} \cdot d\vec{s} = U_{eA} - U_{eB}$	$\int_A^B \vec{E}_{els} \cdot d\vec{s} = V_A - V_B$
spostamento infinitesimo $\rightarrow$	$\vec{F}_{els} \cdot d\vec{s} = -dU$	$* \vec{E}_{els} \cdot d\vec{s} = -dV$
$[F = -\nabla U]$	$U_e(P) = \int \vec{F}_{els} \cdot d\vec{s}$	$V(P) = -\int \vec{E}_{els} \cdot d\vec{s} \rightarrow$ integrali indefiniti

RELAZIONE TRA U e V in un punto P

* In coordinate cartesiane: $E_x dx + E_y dy + E_z dz = -dV$

Il campo $\vec{E}_{els}$ è sempre
legato al grad del
potenziale in quel punto

$$\left. \begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned} \right\}$$

$$\vec{E} = -\nabla V \rightarrow \vec{E}_{els}(x,y,z) = -\nabla V(x,y,z)$$

2.2/3 Calcolo Potenziale Elettrostatico e Energia Potenziale Elettrostatica

Carica Pontiforme

$$\vec{E}_{els} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \rightarrow V_A - V_B = \int_A^B \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \underbrace{\vec{u}_r \cdot d\vec{s}}_{dr} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(-\frac{1}{r} \right) \Big|_{r_A}^{r_B} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_A} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{1}{r_B}$$

q0 source / q genera

$$U_{eA}(q_0) - U_{eB}(q_0) = \int_A^B \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0} \vec{u}_r \cdot d\vec{s} = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)$$

$$\rightarrow V(P) = -\int \vec{E}_{els} \cdot d\vec{s} = -\int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \vec{u}_r \cdot d\vec{s} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r} + \text{cost}$$

$$\rightarrow \text{cost} \quad r \rightarrow \infty: V(\infty) = \text{cost}, \text{ si pone } V(\infty) = 0 \Rightarrow \text{cost} = 0$$

$$V(P) = -\frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

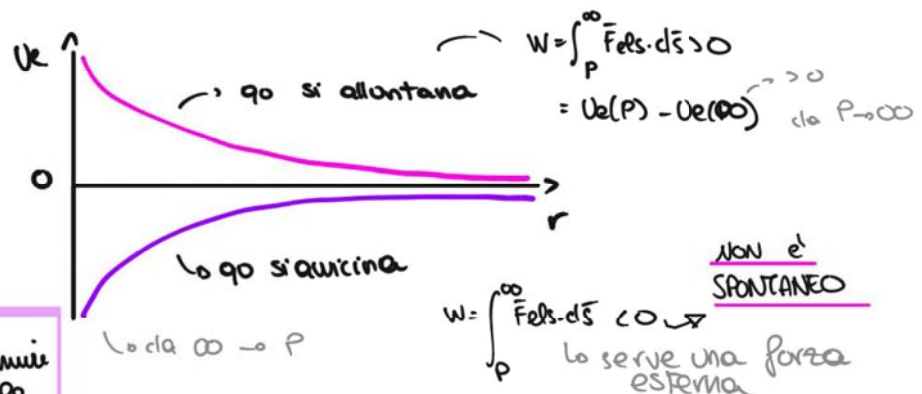
$$U_e(P) = \frac{q q_0}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$\rightarrow$ (stesso ragionamento per U)

Grafico

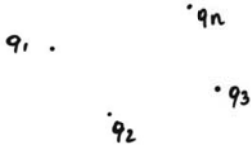
$$U_e(P) = \frac{q_0 q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

q e q0 stesso segno
q e q0 segno opposto



Il sistema evolve
SPONTANEAMENTE a diminuire
la sua energia potenziale

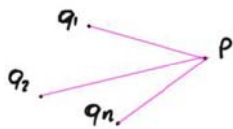
Sistema di cariche



$$U_e = \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

perché se no considero tutte le interazioni

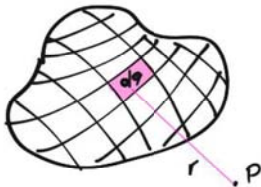
- sistema discreto



Principio di Sovrapposizione:

$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_i \frac{q_i}{r_i}$$

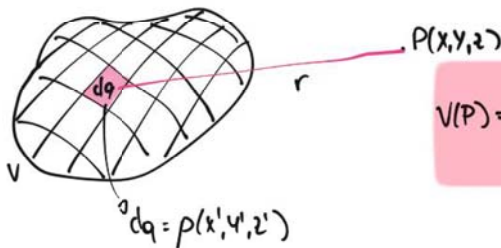
- sistema continuo



sddivido in tanti "pezzettini"

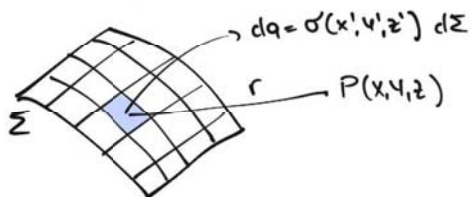
$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_V \frac{dq}{r}$$

↳ CARICA SU VOLUME



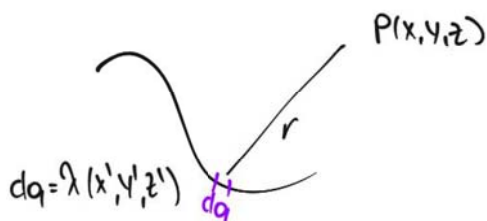
$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{V_{Vol}} \frac{\rho(x', y', z') dx' dy' dz'}{\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}}$$

↳ CARICA SU SUPERFICIE



$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_{\Sigma} \frac{\sigma(x', y', z') d\Sigma}{r}$$

↳ CARICA SU FILO



$$V(P) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int_L \frac{\lambda(x', y', z') dl}{r}$$

Il potenziale elettrostatico → funzione continua/derivabile (non può avere 2 valori diversi nello stesso punto)

2.5 Superfici Equipotenziali

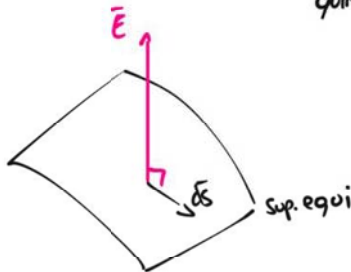
|| Superfici in cui : $V = \text{cost}$

$$dV = \vec{E} \cdot d\vec{s} \quad \text{se } d\vec{s} \text{ lungo superficie equipotenziale} \rightarrow dV = 0$$

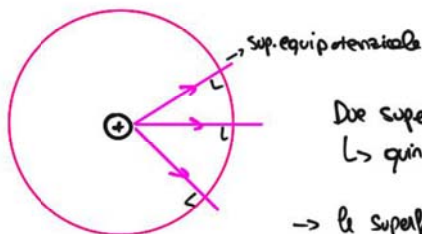
quindi

$$\vec{E}_{\text{els}} \cdot d\vec{s} = 0 \rightarrow \text{sono } \perp$$

$\vec{E}$ va dalle sup a potenziale maggiore verso sup a potenziale minore



Per esempio : carica puntiforme $\rightarrow$ superfici sferiche

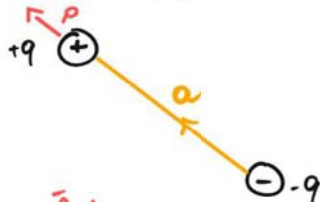


Due superfici equipotenziali non si intersecano mai
 $\rightarrow$ quindi sono parallele

$\rightarrow$ le superfici equipotenziali si addensano dove varia più rapidamente (quindi più vicino alla carica)

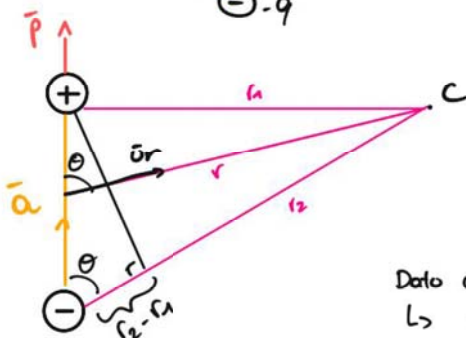
2.7 Dipolo Elettrico

Sistema di cariche NEUTRO: $1q^+$ e $1q^-$



Momento di Dipolo $\vec{p} = q\vec{a}$

verso di a : dalla - alla +



perché $r_1, r_2 \gg a$

$$V(C) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_1} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r_2} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \frac{(r_2 - r_1)}{r_1 r_2}$$

Dato che $r_1, r_2 \gg a$

$$\rightarrow r_1 \approx r_2 \approx r \rightarrow r_1 r_2 = r^2$$

$$r_1 \approx r_2 \rightarrow r_2 - r_1 = a \cos \theta$$

$\rightarrow$ prodotto scalare tra $\vec{p}$ e $\vec{r}$

$$V(C) = \frac{p \cos \theta}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{\vec{p} \cdot \vec{r}}{4\pi\epsilon_0 r^3}$$

potenziale di DIPOLLO ELETTRICO

man mano che ci allontaniamo diminuisce e non dipende solo dalla distanza ma anche dalla posizione di C (θ)

$\rightarrow$ Abbiamo solo dipendenza da r e da $\theta \rightarrow$ simmetria cilindrica