



Centro Stampa

ATTENZIONE QUESTI APPUNTI SONO OPERA DI STUDENTI , NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE. IL NOME DEL PROFESSORE SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

N° 4206

**AERODINAMICA
TEORIA FORMULARIO**

2021-22

DI ROVERSI DAVIDE

Questi appunti sono stati utilizzati dall'autore per lo studio e il superamento del relativo esame.

Sono stati ricontrollati più volte ma ciononostante potrebbero essere rimasti dei piccoli errori o delle imprecisioni.

È sempre importate fare riferimento ad un libro di testo.

Buono studio!

Lezioni

d' aerodinamica

la fluidodinamica è quella branca della meccanica che studia il moto dei fluidi considerati come mezzi continui.

d' aerodinamica è una parte della fluidodinamica che studia il moto di aeriformi attorno a corpi per studiarne le forze e i momenti generati.

In ambito aerospaziale ci si concentra su flussi esterni

Nello specifico i corpi possono presentarsi in tre stati:

- > Solido → legami intermolecolari forti:
conservano sia la forma sia il volume;
- > liquido → legami intermolecolari deboli:
conservano soltanto il volume;
- > gassoso → legami intermolecolari debolissimi:
non conservano né la forma né il volume.

I fluidi comprendono liquidi e gas, il corso si concentrerà principalmente sui gas.

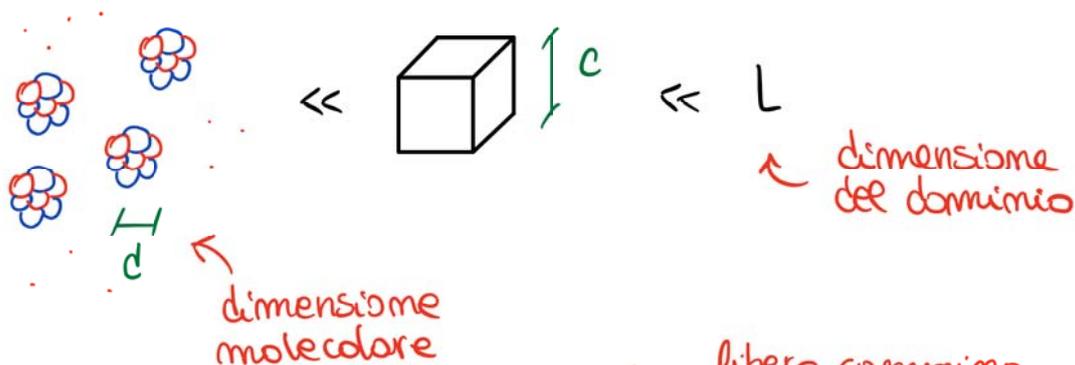
È definito fluido un materiale in grado di scorrere illimitatamente sotto l'azione di forze esterne.

Ipotesi del fluido continuo

Si potrebbe studiare il fluido dal punto di vista lagrangiano, considerando le singole molecole:
 → troppo oneroso a livello computazionale.

A livello macroscopico si utilizza un approccio Euleriano: il fluido è considerato come mezzo continuo, formato da particelle.

Particella fluido: elemento puntuiforme rispetto al sistema di riferimento, ma sufficientemente grande da contenere un elevato e statisticamente rilevante numero di molecole → le si deve poter attribuire una grandezza termodinamica.

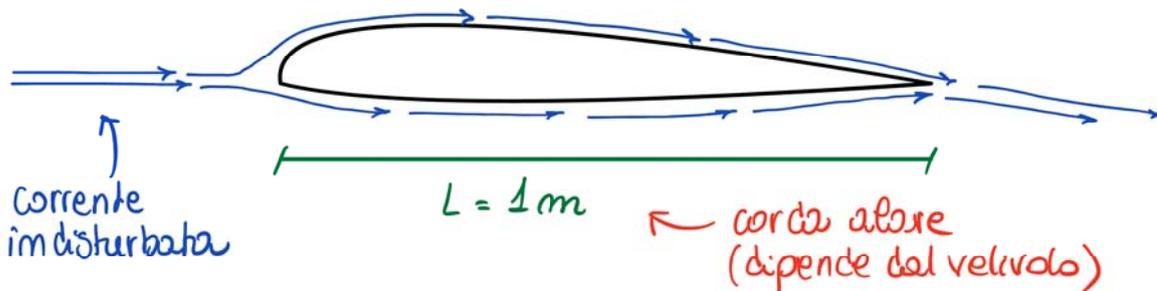


Numero di Knudsen: $Kn = \ell / L$

→ Mi dà l'adeguatezza del sistema alle ipotesi del fluido continuo ($Kn \ll 1$)

Nei nostri studi questa ipotesi è **sempre verificata**:

es.



$$l \approx 10^{-8} \text{ m (condizioni di aria standard)}$$

$$\Rightarrow Km = \frac{10^{-8}}{1} = 10^{-8} \ll 1 \rightarrow \text{L'ipotesi del continuo \u00e9 verificata}$$

Fluido in quiete

Si pu\u00f2 caratterizzare un fluido in quiete tramite le mole grandezze termodinamiche:

$$\rightarrow T [K], p [Pa], \rho [kg/m^3]$$

Temperatura: dettata dall'energia cinetica delle molecole. Si misura in K o $^{\circ}C$.

Densita': misura la quantit\u00e0 di massa contenuta in un dato volume. Si misura in kg/m^3 .

Prese due grandezze infinitesime:

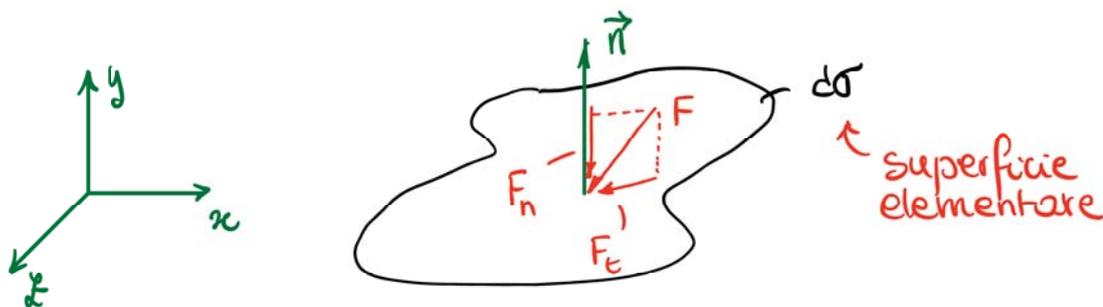
~~$$\rho = \lim_{\delta\Omega \rightarrow 0} \frac{\delta m}{\delta\Omega}$$~~

perch\u00e9 se $\delta\Omega \rightarrow 0$ anche il numero di molecole tende a zero!

$$\rightarrow \rho = \lim_{\delta\Omega \rightarrow \delta\Omega_p} \left(\frac{\delta m}{\delta\Omega} \right)$$

con $\Omega_p =$ volume della particella fluida

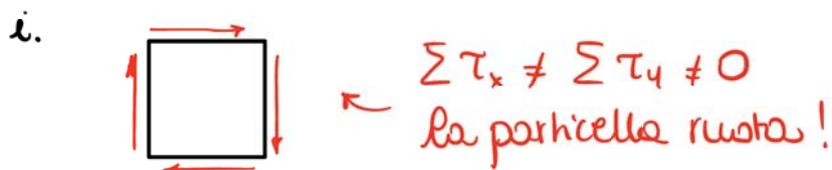
Pressione: forza impartita dalle particelle su una superficie. Si misura in $P_{00} = N/m^2$.

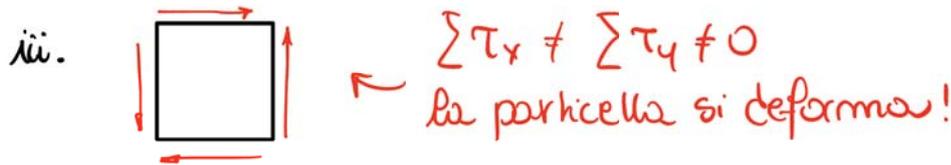


Una forza qualunque la potrei scomporre in \vec{F}_n e \vec{F}_t (componenti normale e tangenziale)

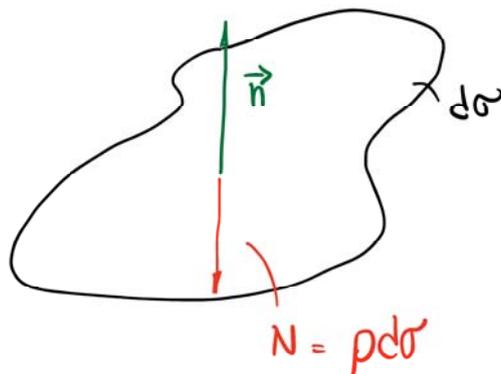
→ in caso di fluido in quiete evidentemente potremmo esserci solo componenti normali.

Supponiamo infatti di avere una particella che scambia anche sforzi normali con le particelle adiacenti:



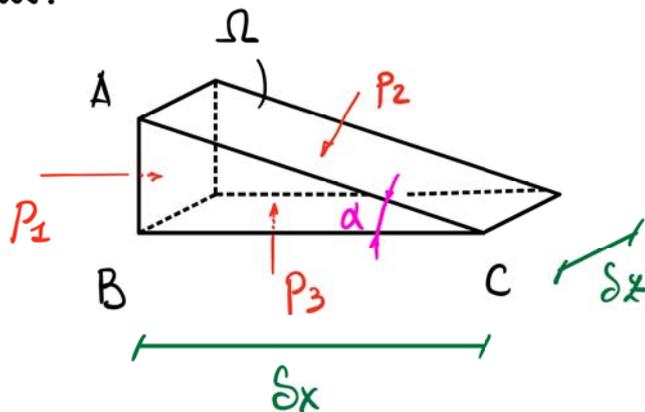


→ Ne deriva che per un fluido in quiete:



Per un fluido in quiete inoltre la pressione è indipendente dalla direzione → p è uno scalare.

Infatti:



$$W = \rho g \Omega \quad \text{con } \Omega = \frac{1}{2} \Delta x (\Delta x \tan \alpha) \Delta z = \frac{1}{2} \Delta x^2 \Delta z \tan \alpha$$

Possiamo ora impostare le equazioni di equilibrio:

pressione \times superficie = forza

$$\left(\rightarrow\right) p_1 (\delta x \operatorname{tg} \alpha) \delta z - p_2 \left(\frac{\delta x}{\operatorname{tg} \alpha}\right) \sin \alpha \delta z = 0 \quad (1)$$

$$\left(\uparrow\right) p_3 (\delta x \delta z) - p_2 \left(\frac{\delta x}{\cos \alpha}\right) \cos \alpha \delta z = W \quad (2)$$

dalla (1) $p_1 = p_2$ per le semplificazioni

dalla (2) $p_3 - p_2 = \frac{W}{\delta x \delta z}$ con $W \rightarrow 0$ e $W \rightarrow 0$
perché lavoriamo in
infinitesimi

$$\rightarrow p_3 = p_2$$

da cui $p_1 = p_2 = p_3$ per l'arbitrarietà dei dati scelti

■ \uparrow legge di Pascal

Fluido in movimento

Anche per il caso del fluido in movimento possiamo utilizzare le già menzionate grandezze termodinamiche per descrivere la particella fluida

Si aggiunge la velocità: $\vec{v}(\vec{r}, t)$ [m/s]

\uparrow nel caso di moti non uniformi
 \leftarrow nel caso di moti non stazionari

\rightarrow è una velocità media se riferita alle molecole contenute nella particella fluida

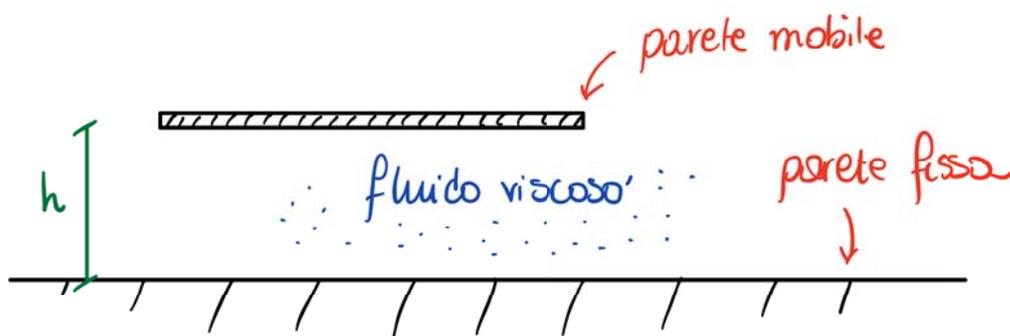
Nel caso di fluido in movimento si osservano anche degli sforzi viscosi tangenziali.

Gli sforzi viscosi possono infatti essere sia normali sia tangenziali e sono responsabili della resistenza all'avanzamento del corpo nel fluido.

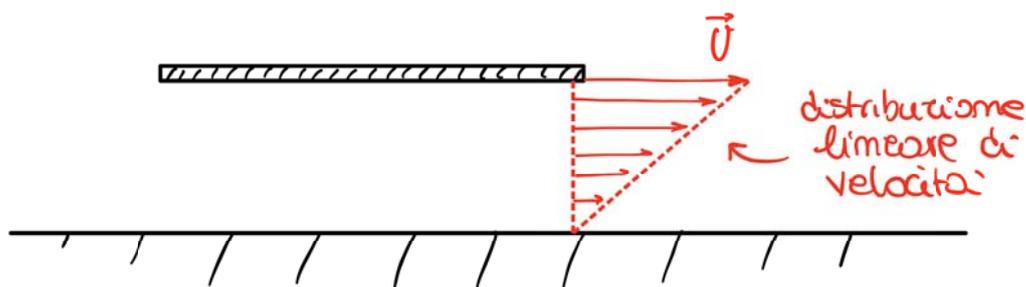
Si verifica, tramite gli sforzi viscosi, una diffusione della quantità di moto \rightarrow si ha un continuo scambio di molecole con diverse quantità di moto tra due particelle adiacenti

La viscosità è il fenomeno macroscopico che deriva da queste azioni.

es. "esperimento di Newton"



mettendo in moto la lastra:

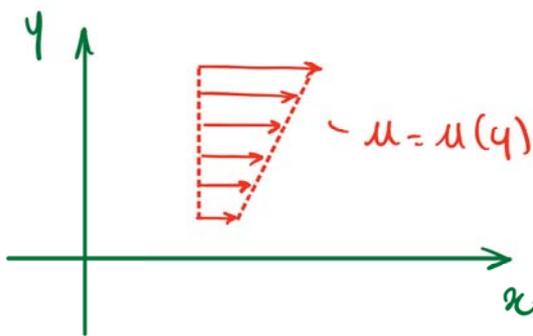


gli sforzi viscosi interni sono misurati essere

$\tau \propto \frac{U}{h}$ → costante di proporzionalità è μ
dello "coefficiente di viscosità"
o "viscosità dinamica"

$$\hookrightarrow \mu \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}\cdot\text{s}} \right]$$

es. Immaginiamo ora di avere la seguente condizione del nostro fluido:



$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$$

"legge di Newton"

→ dipendenza lineare tra sforzi viscosi e gradienti di velocità

Quando sussiste questa relazione si parla di "fluidi Newtoniani"

Le condizioni per cui gli sforzi viscosi sono nulli sono due:

1. Il fluido è in quiete
2. Il fluido è in moto uniforme ($\vec{\nabla}u = 0$)

Viscosità dinamica

In generale " μ " dipende dal tipo di fluido, da T e p .
In particolare, la dipendenza da T varia tra liquidi e gas.

- Gas: μ è una funzione crescente di T
- Liquidi: μ è una funzione decrescente di T

Per quanto riguarda la dipendenza da p , essa è più debole. Questo corso esula dallo studio di flussi compressibili in cui μ varia con Δp .

In ogni caso, sia per gas che per liquidi, μ è una funzione crescente di p .

A partire da μ possiamo definire la "viscosità cinematica" ν :

$$\rightarrow \nu = \mu / \rho \quad [m^2/s]$$

Ci si può ricondurre a μ (e quindi a ν) tramite la legge di Sutherland solo per gas (non miscele):

$$\rightarrow \frac{\mu}{\mu_0} = \left(\frac{T}{T_0} \right)^{3/2} \frac{T_0 + S}{T + S}$$

con T_0 = temperatura di riferimento

μ_0 = viscosità dinamica a T_0

S = costante di Sutherland $[K]$ → cambia
in base alla tipologia di gas

Questa legge può talvolta essere usata per l'aria, nonostante sia una miscela.

Conducibilità termica

Se $\vec{\nabla}T \neq 0$ nel fluido si può osservare un trasferimento di calore dalle zone più calde a quelle più fredde.

Il processo diffusivo è analogo a quello cinematico:

$$q_n = -k \frac{\partial T}{\partial n} \quad \text{"legge di Fourier"}$$

questo è un flusso termico conduttivo in direzione \vec{n}
 k = coefficiente di conducibilità termica $[W/m \cdot K]$

Anche qui k dipende dal tipo di fluido, da T e da p .

Gas: k è una funzione crescente di T

Liquidi: k è una funzione decrescente di T

Sia per i gas sia per i liquidi k è una funzione crescente di p .

Per valutare la prevalenza tra diffusione termica o cinematica si utilizza il "numero di Prandtl":

$$Pr = \frac{\mu \cdot c_p}{K}$$

con $c_p =$ calore specifico a pressione costante

→ Pr varia in base al fluido ma rimane circa costante per moderati ΔT e Δp .

→ $Pr_{aria} \approx 0,7$

Compressibilità

Detta anche "compressibilità", è la capacità di un fluido di variare il proprio volume se sottoposto a ΔT o Δp .

Consideriamo una massa di fluido M , definiamo la "bulk elasticity" K , che lega $\delta \Omega$ a δp :

$$K = - \frac{\delta p}{(\delta \Omega / \Omega)} \quad [Pa] \quad \text{con } \Omega = \text{volume iniziale}$$

↳ K è legata al fenomeno di trasmissione ondosa all'interno del fluido.

Si ricava che: $c = \sqrt{K/\rho}$ → velocità delle onde nel mezzo

A questo punto, presa M :

$$M = \rho \Omega \rightarrow \frac{\Delta M}{M} = \frac{\Delta \rho}{\rho} + \frac{\Delta \Omega}{\Omega} = 0$$

← poiché $\frac{\Delta M}{M} = 0$
in quanto $\Delta M = 0$
(la massa si conserva)

da cui $\frac{\Delta \rho}{\rho} = -\frac{\Delta \Omega}{\Omega}$ ← ad un'espansione del fluido corrisponde una diminuzione di densità

Riprendendo K :

$$\hookrightarrow K = -\frac{\delta p}{(\delta \Omega / \Omega)} = \frac{\delta p}{(\delta \rho / \rho)}$$

da cui: $c = \sqrt{K/\rho} = \sqrt{\delta p / \delta \rho}$

Nel caso di trasmissione ondosa isentropica allora c corrisponde alla velocità del suono

Parametri adimensionali

Riprendiamo i parametri di controllo già introdotti in termodinamica applicata:

i. $\frac{\text{Forze d'inerzia}}{\text{Forze viscosse}} \sim \frac{m \cdot a}{\tau \cdot \Sigma} \sim \frac{\rho \cdot L^3 \cdot L/t^2}{\mu \frac{L}{t} \cdot L^2} =$

↑
esplicito
le forze
↑ ↓
scompongo
in u.d.m
fondamentali
↑
Riarrangiamo
i termini

$$= \frac{\rho \cdot \frac{L^2}{t^2} \cdot L^2}{\mu \cdot \frac{L}{t} \cdot L} = \frac{\rho v^2 L^2}{\mu v L} = \frac{\rho v L}{\mu} = \frac{v L}{\nu} = Re$$

ii. $\frac{\text{Forze d'inerzia}}{\text{Forze di gravità}} \sim \frac{m \cdot a}{m \cdot g} \sim \frac{\rho L^3 \cdot L/t^2}{\rho L^3 \cdot g} =$

$$= \frac{\cancel{L^3} \cdot L^2/t^2}{\cancel{L^3} \cdot L \cdot g} = \frac{v^2}{gL} \Rightarrow \sqrt{\frac{F. \text{inerzia}}{F. \text{gravità}}} = \sqrt{\frac{v^2}{g \cdot L}} =$$

$$= \frac{v}{\sqrt{gL}} = Fr$$

"numero di Froude"

Si usa nello studio di fluidi pesanti

iii. $\frac{\text{Forze d'inerzia}}{\text{Forze di pressione}} \sim \frac{m \cdot a}{\Delta p \cdot \Sigma} = \frac{\rho L^3 L/t^2}{\Delta p \cdot L^2} =$

$$= \rho \frac{\cancel{L^3} \cdot L^2/t^2}{\Delta p \cdot \cancel{L^2}} = \rho \frac{v^2}{\Delta p} = (\#)$$

Richiamiamo ora la definizione di velocità del suono:

$$\rightarrow c^2 = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_{is} = \gamma \frac{p}{\rho} \propto \frac{p}{\rho}$$

da cui: $\rho \propto \frac{p}{c^2}$

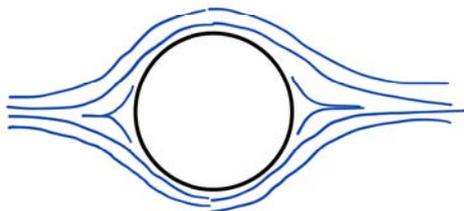
$$(4) = \frac{\rho v^2}{c^2 \Delta p} = \frac{M^2}{\Delta p / p} \quad \text{con } M = \frac{v}{c} \quad \text{"n. di Mach"}$$

Influenze del numero di Reynolds

Studiamo ora gli effetti di variazioni di Re e Mach. Una loro variazione comporta grandi cambiamenti, sia qualitativi che quantitativi nel comportamento di un fluido che lambisce il corpo.

REYNOLDS:

- $Re_D < 4$ ← Re_D indica "Reynolds calcolato con $L = \text{diametro}$ "



Domino gli effetti viscosi su quelli inerziali

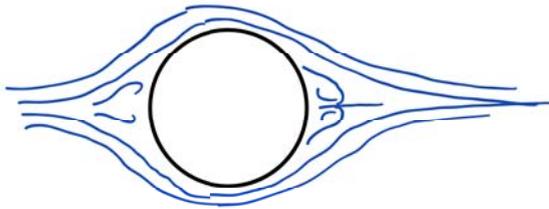
Per aumentare il numero di Reynolds posso agire in uno dei seguenti modi (sul corpo o sul fluido)

1. Aumentare v ;

- 2. Aumento il diametro ← devo cambiare corpo'
- 3. Diminuisco μ ← devo cambiare fluido

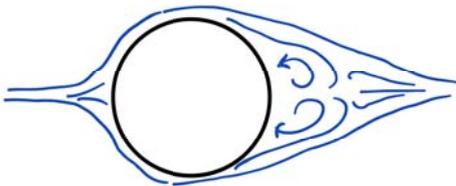
• $Re_D = 9,6$

Piccole bolle di ricircolo, asimmetria tra monte e valle



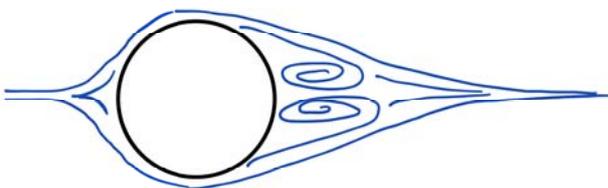
• $Re_D = 13$

Bolle di ricircolo stazionarie
Flusso laminare



• $Re_D = 26$

Bolle di ricircolo di grandi dimensioni.
Ancora flusso stazionario



• $Re_D = 105$



Serie di Von Kármán: distacco regolare di strutture vorticosi a valle del cilindro.

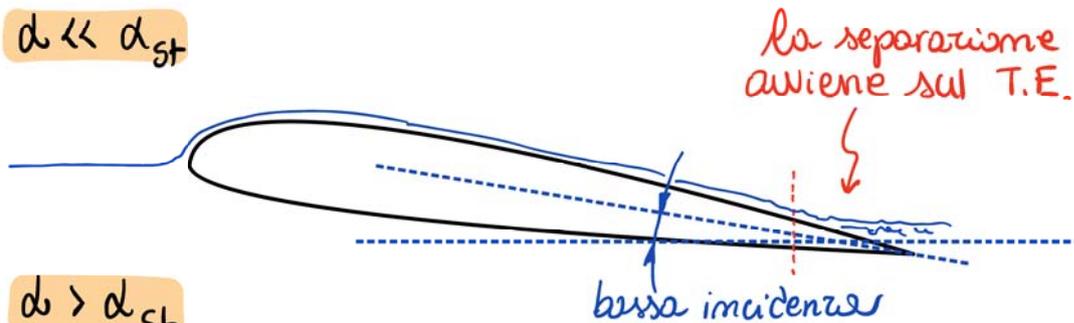
Il flusso è non-stazionario e laminare.
Si può definire una frequenza ben definita

Aumentando il Re ancora la serie si apre e le fluttuazioni diventano irregolari. Il flusso transisce a turbolento.

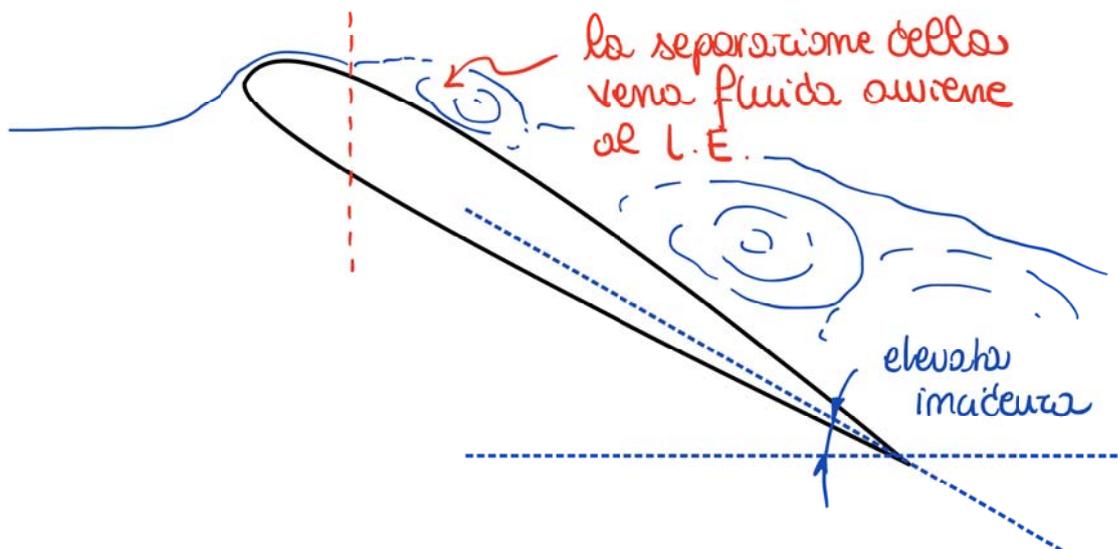
Visualizziamo ora un profilo alare: corpo meno tozzo del cilindro rispetto alla corrente.

Il Re è mantenuto costante nei due casi:

• $d \ll d_{st}$



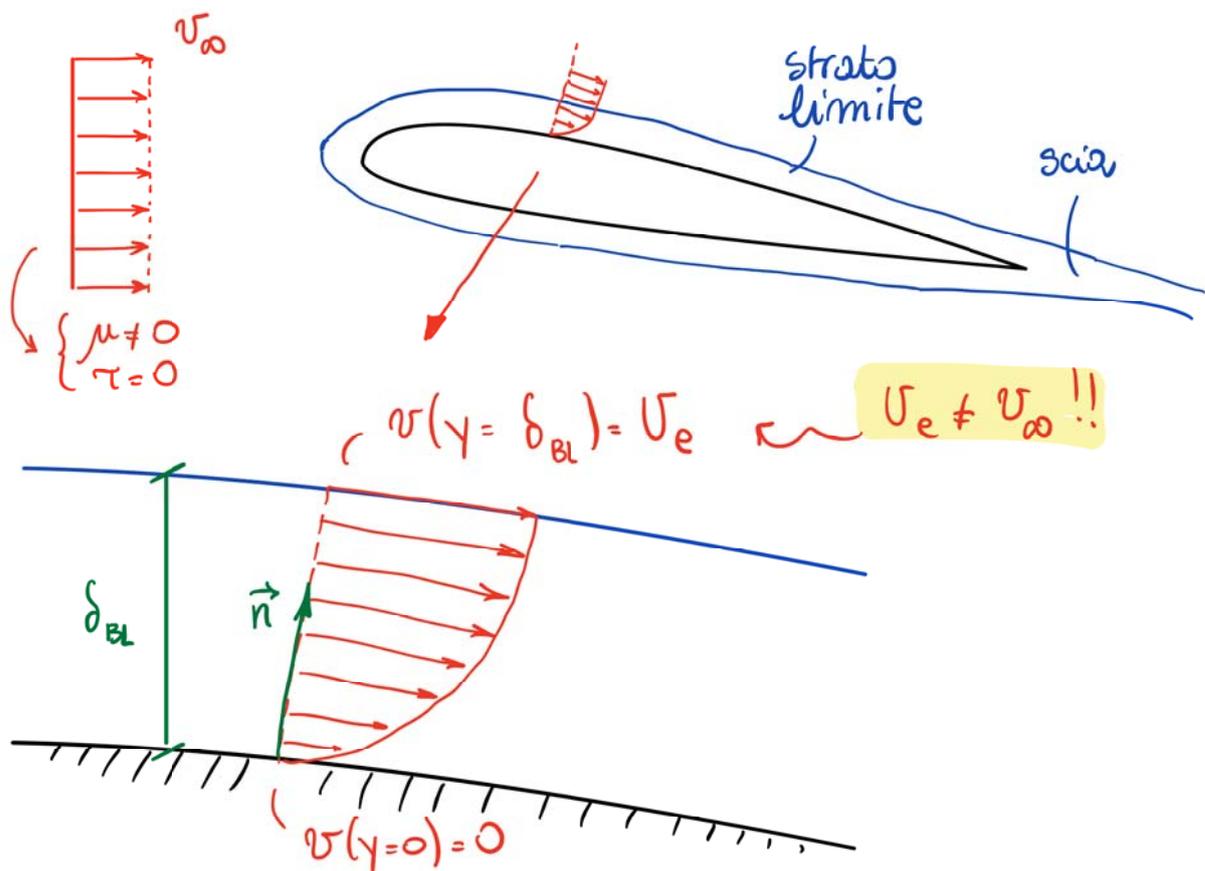
• $d > d_{st}$



Il fenomeno della separazione dal dorso del profilo avviene meno se il Re è molto basso.

Alti Reynolds e strato limite

Utilizzeremo come fluido di riferimento l'acqua. Essa ha una viscosità relativamente bassa. Ma questo, ci permette di trascurarla? Se sì, dove?



Nello strato limite non posso trascurare la viscosità in quanto dentro tale regione ho forti gradienti di velocità. Tali gradienti li posso individuare anche in scia.

In tutto il resto del campo di moto posso trascurare gli effetti della viscosità. Qui si può infatti considerare il fluido tramite l'ipotesi di **fluido ideale**:

i. Non viscoso ($\nu = 0 \leftrightarrow \tau = 0$)

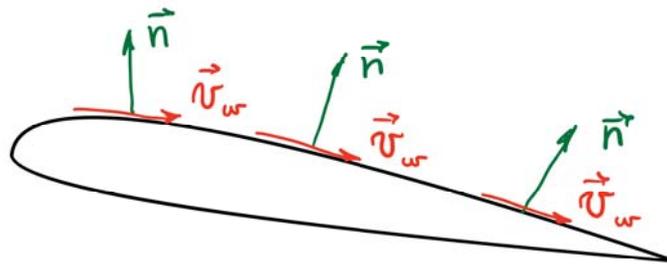
ii. Non conduttibile ($k = 0 \leftrightarrow \dot{q} = 0$)

⇒ In un fluido ideale non ho effetti diffusivi

Le conseguenze dell'ipotesi del fluido ideale sono due:

1. **NON POSSO USARE** la condizione di aderenza per cui $v_w = 0$ m/s.

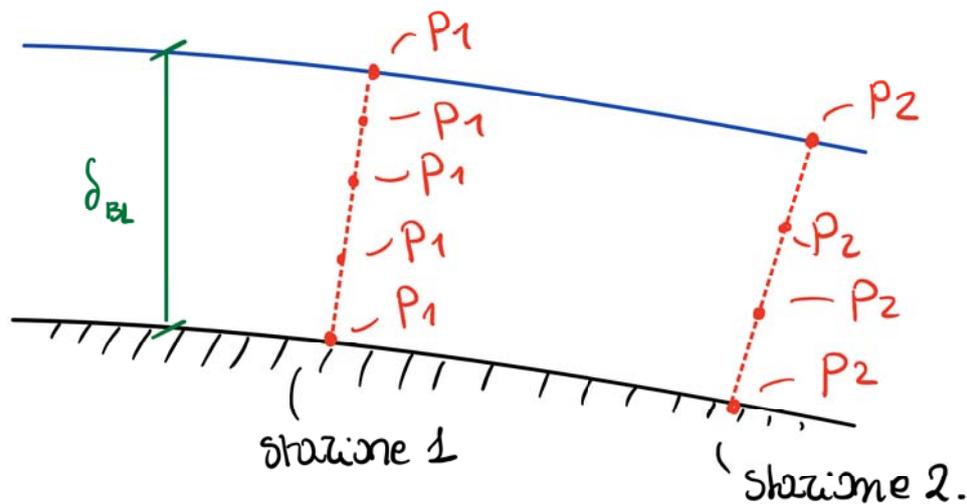
Viene sostituita con la condizione di tangenza:



$\vec{v} \cdot \vec{n} = 0$ "condizione di tangenza"

2. **NON POSSO CONSIDERARE** scambi termici tra filetti fluidi e tra filetti fluidi e pareti

Per quanto riguarda i **fluidi non-ideali (reali)**, scelto un punto tra 0% e 100% corda **sul corso dentro lo strato limite la pressione statica è costante muovendosi in direzione del vettore \vec{n}** :



Effetti del numero di Mach

la velocità del suono è quella a cui si propagano le piccole perturbazioni dentro il mezzo fluido.

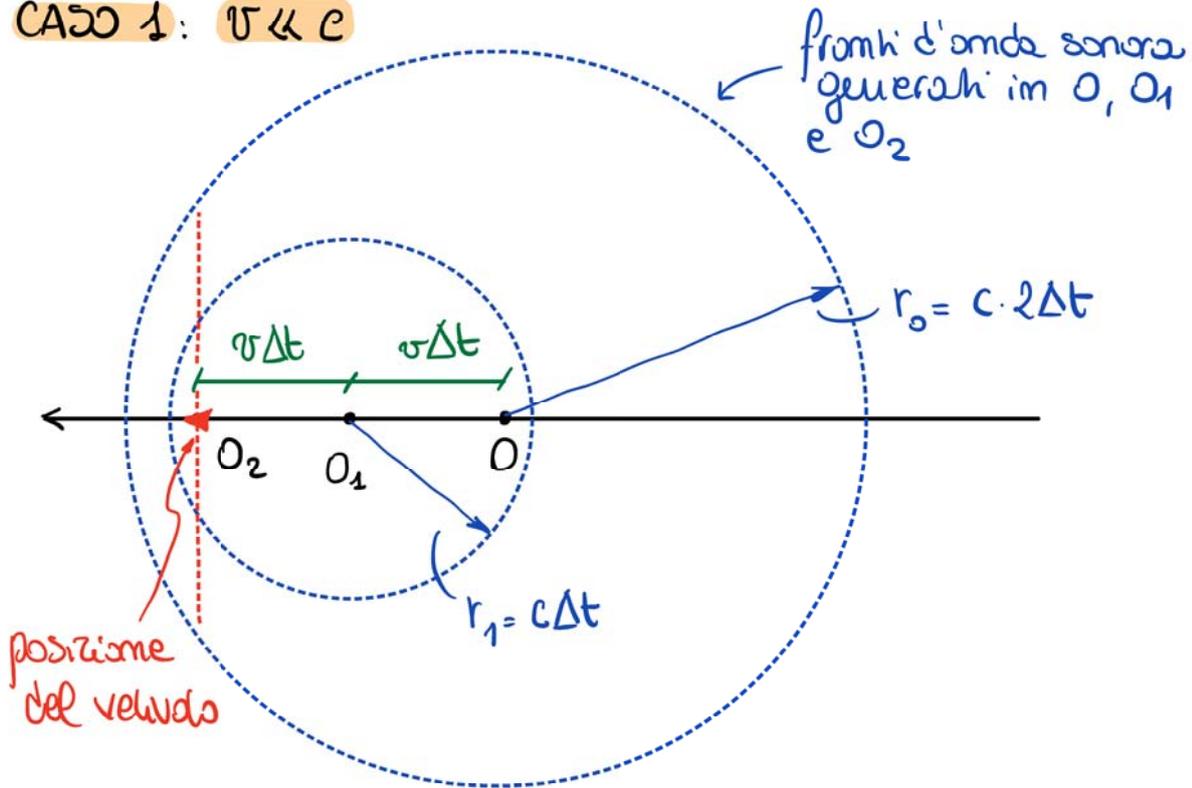
$$c = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho}\right)_{is}} = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma R^* T}$$

con $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ e $R^* = c_p - c_v$ [J/kg·K]

$R =$ costante universale dei gas $= 8314 \frac{\text{J}}{\text{kmol} \cdot \text{K}}$

da cui: $R^* = \frac{R}{M}$ con $M =$ massa molare

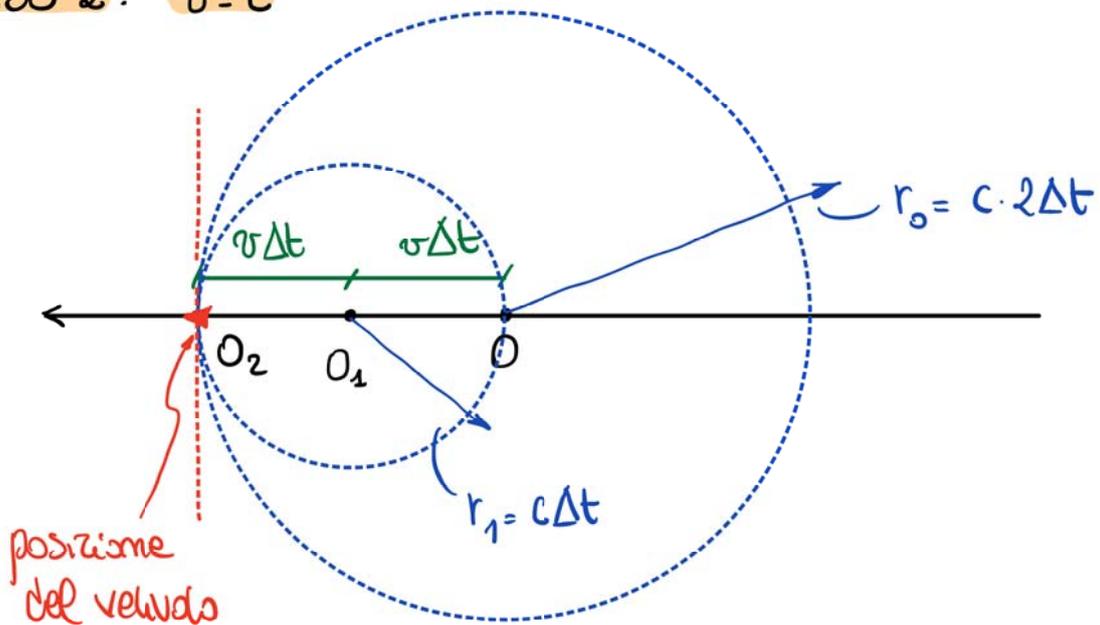
CASO 1: $v \ll c$



I fronti d'onda riescono a risalire a monte della perturbazione.

→ Siamo in regime subsonico

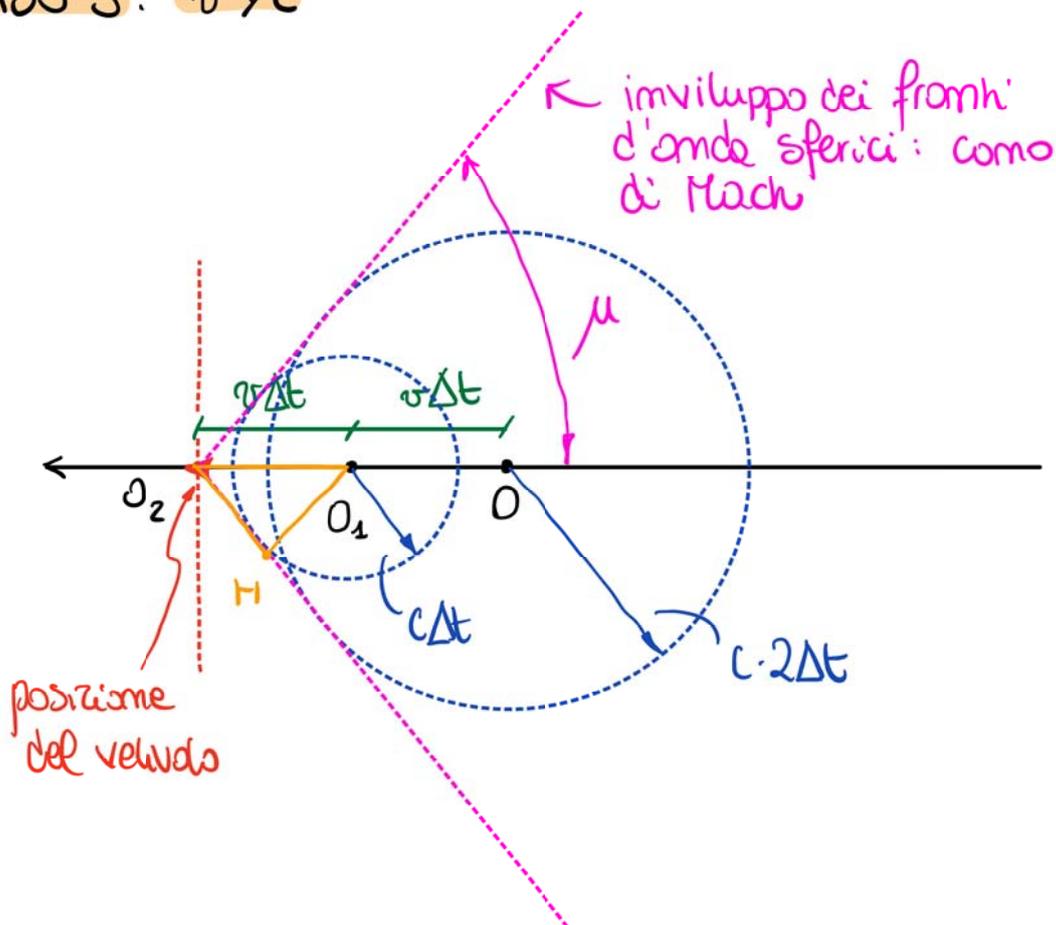
CASO 2: $v = c$



I fronti d'onda non raggiungono oltre il velivolo e non perturbano la regione a sinistra di O_2 .

→ Siamo in regime sonico

CASO 3: $\sigma > c$



I fronti d'onda sono contenuti all'interno del cono di Mach

→ Siamo in regime supersonico.

Per determinare l'angolo μ di semiapertura del cono di Mach tramite il numero di Mach, utilizzando la trigonometria

$$\rightarrow \sin \mu = \frac{\overline{O_1 H}}{\overline{O_1 O_2}} = \frac{c \Delta t}{v \Delta t} = \frac{1}{M} \Rightarrow \mu = \arcsin \left(\frac{1}{M} \right)$$

Dunque aumentando il numero di Mach il cono si restringe, mentre con $M=1$ (regime sonico) allora $\mu = 90^\circ$ e il fronte d'onda è retto.

Il cono verterà su flussi in regime subsonico incompressibile ($M \ll 1$).

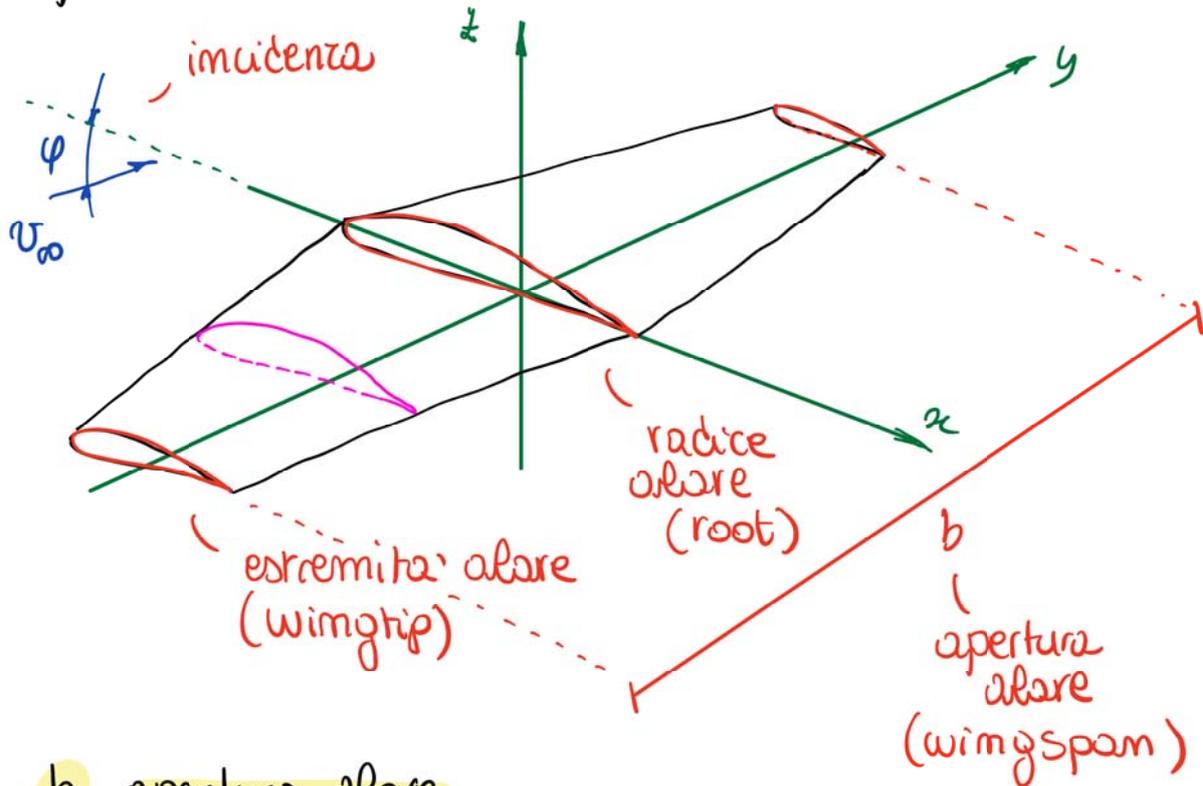
Le velocità di propagazione del suono nei vari mezzi è:

- i. $c_{aria} \approx 343 \text{ m/s}$
- ii. $c_{acqua} \approx 1000 \text{ m/s}$

Di conseguenza in acqua è più difficile raggiungere Mach elevati.

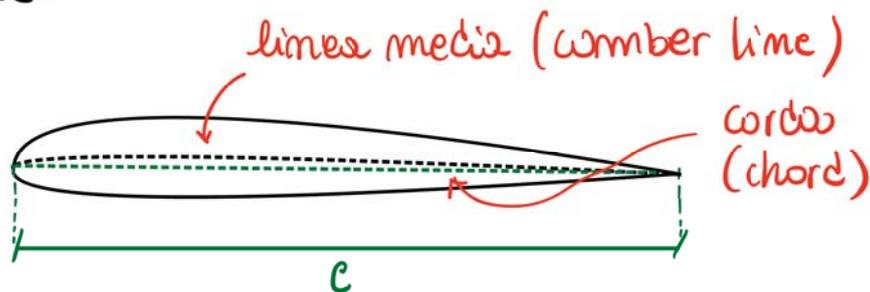
Ali e profili alari

Definiamo un'ala:



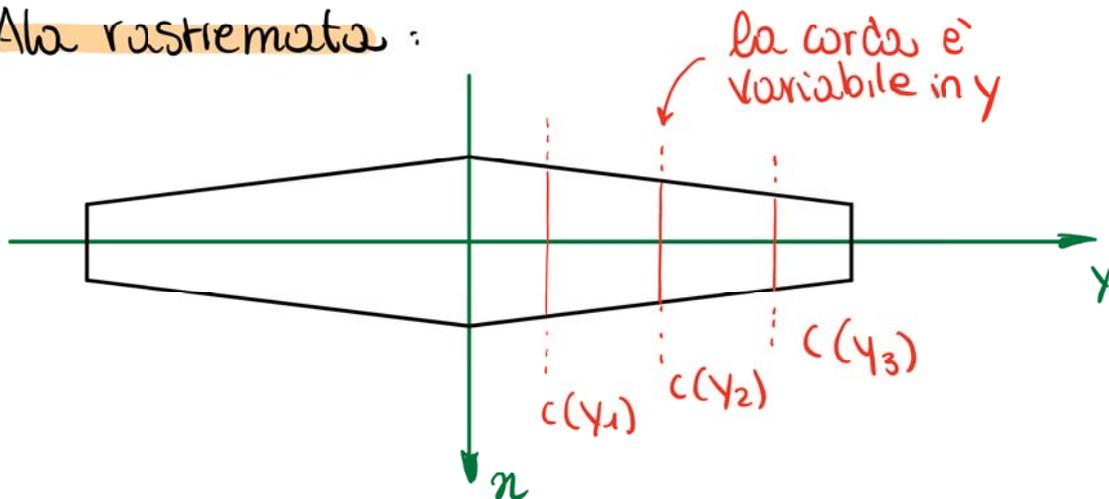
- > b = apertura alare
- > S = superficie alare
- > $\lambda = \frac{b^2}{S}$ = allungamento alare (aspect ratio)

Una qualunque sezione dell'ala lungo un piano normale a y , mi individua il profilo in quella data sezione:

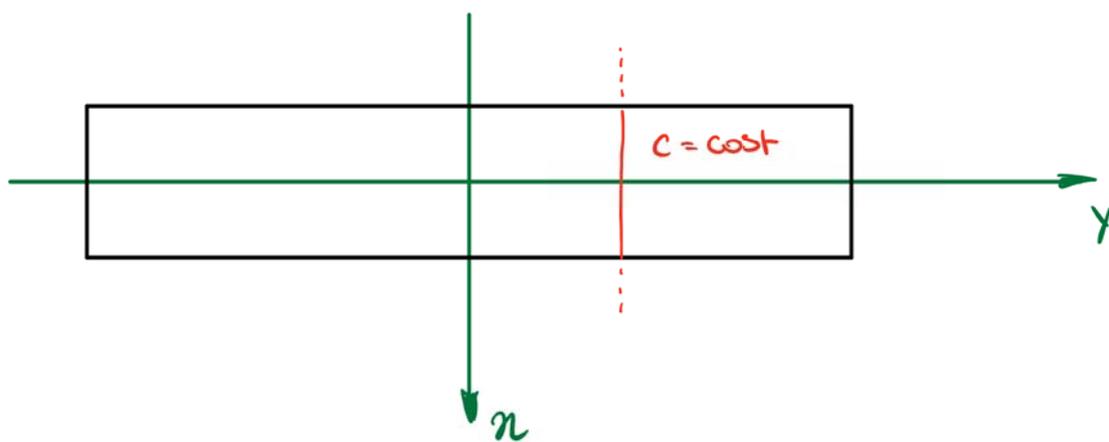


de ali possiamo differire le une dalle altre per geometria in pianta:

> Ala rastremata:



> Ala rettangolare:

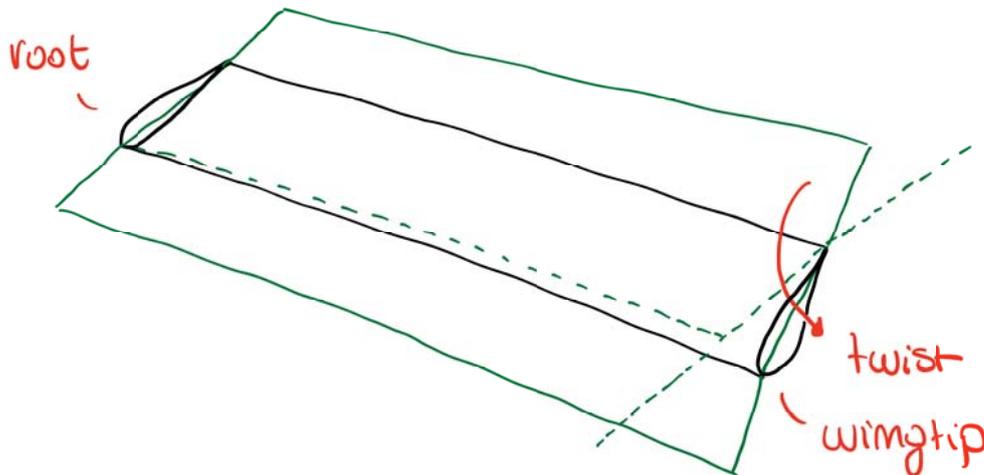


per l'ala rettangolare $\lambda = \frac{b^2}{S} = \frac{b^2}{bc} = \frac{b}{c}$

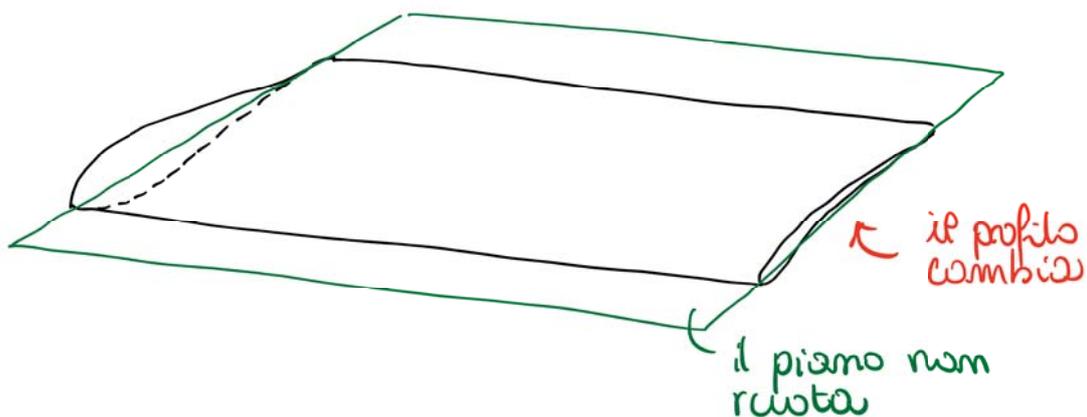
Svergolamento alare (wing twist)

do svergolamento è di tipo geometrico o aerodinamico:

- i. **Svergolamento geometrico** : i profili sono tutti uguali a ogni sezione ma le loro corde non giacciono tutte sullo stesso piano

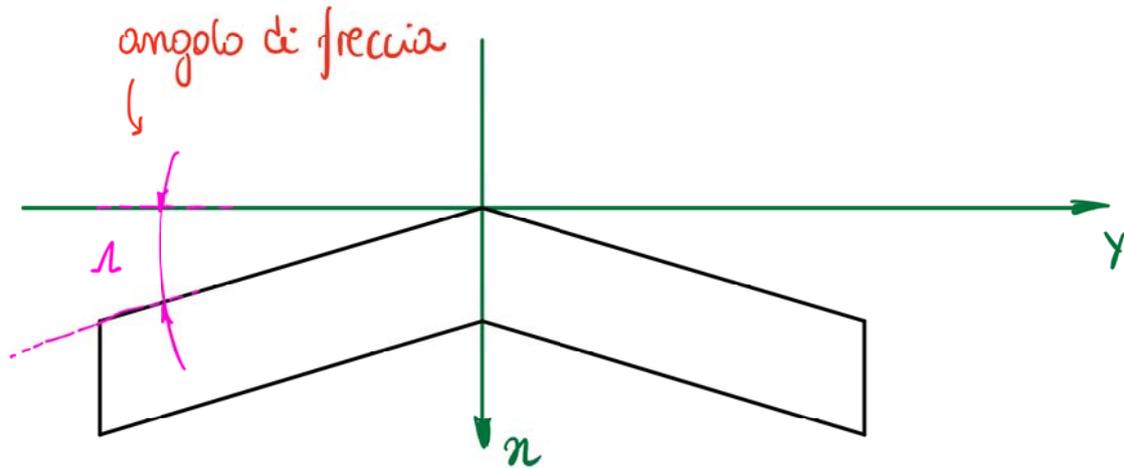


- ii. **Svergolamento aerodinamico** : le corde giacciono tutte sullo stesso piano ma i profili variano lungo l'estensione

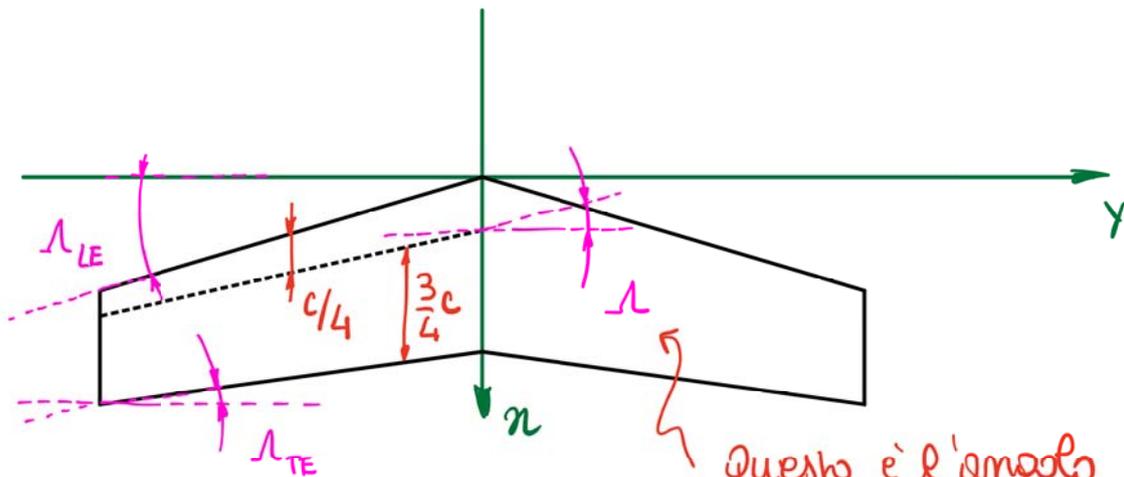


Ala a freccia (swept wing)

la freccia è una caratteristica geometrica della pianta alare

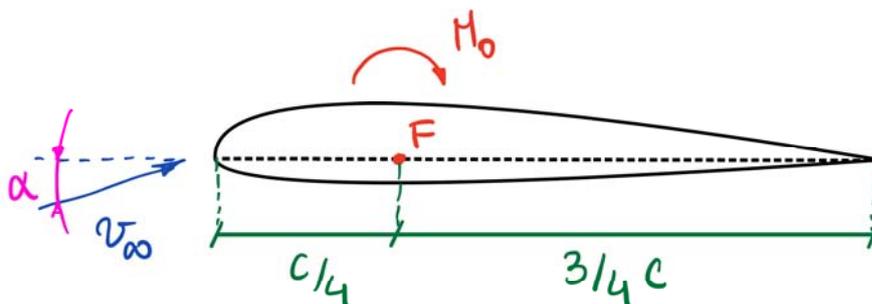


Nel caso di **rastiemazione** in aggiunta alla freccia, si usa come **referimento la linea focale** (linea dei **quark**)



Questo è l'angolo di freccia che si tiene in considerazione

Per profili **subsonici** infatti:



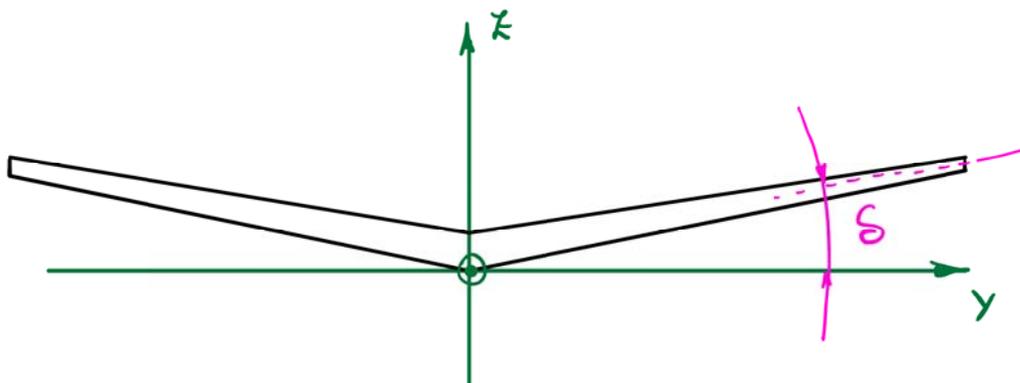
Il fuoco di un profilo ha la caratteristica per cui

$$\rightarrow \left. \frac{dM_0}{d\alpha} \right|_F = 0$$

ovvero il momento focale delle azioni aerodinamiche è invariante rispetto all'incidenza

Diedro alare

È un'angolo che l'asse longitudinale (in direzione dell'apertura) dell'ala forma con l'orizzontale



$\delta =$ "angolo diedro"

Ali e profili dal punto di vista aerodinamico

Dal punto di vista aerodinamico studiare un profilo è come studiare un'ala non svergola e non rastremata di allungamento infinito: $\Rightarrow b \rightarrow \infty$

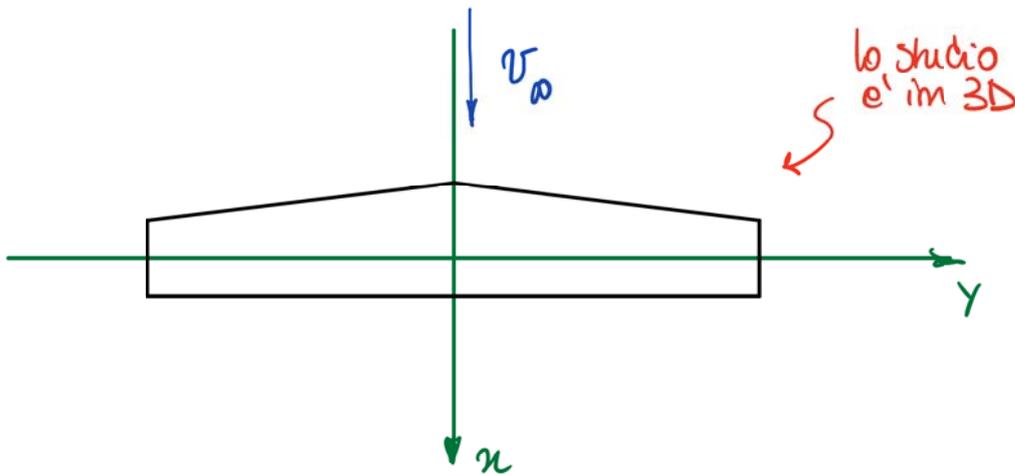
Prendi una sezione su quest'ala infinita, qualunque essa sia, attorno al nostro profilo osserveremo

sempre lo stesso campo di moto.

Formalmente $\frac{\partial v}{\partial y} = 0$

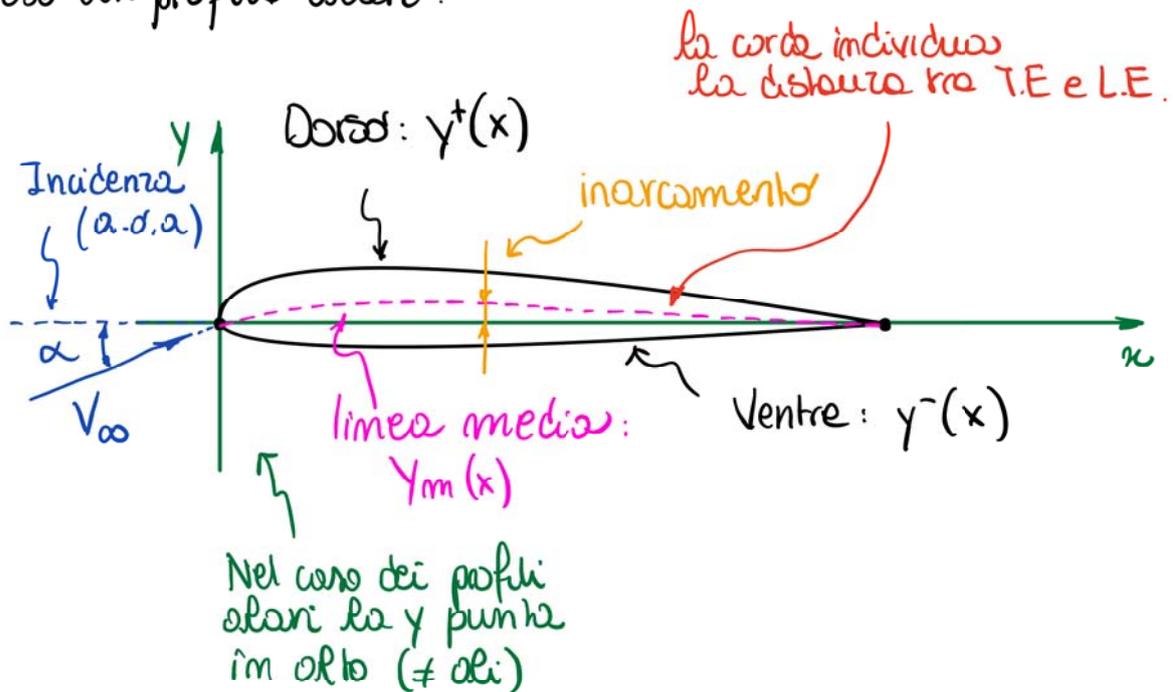
il campo di moto non varia in y ← lo studio è in 2D

Il caso dell'ala ad allungamento finito invece si hanno delle variazioni del campo di moto tra radice ed estremità:



Nomenclatura dei profili alari

Preso un profilo alare:



l'incidenza è positiva se il vento relativo arriva "dal basso", cioè l'ala genera portanza
 la linea media è l'insieme dei punti equidistanti dal dorso e dal ventre:

$$\rightarrow y_m(x) = \frac{1}{2} (y^+(x) + y^-(x))$$

Evidentemente per profili simmetrici l'inarcamento $f=0$ e la corde coincide con la linea media.

Si può definire una legge degli spessori, in cui lo spessore a una data posizione:

$$\rightarrow y_s(x) = y^+(x) - y^-(x)$$

"legge di distribuzione degli spessori"

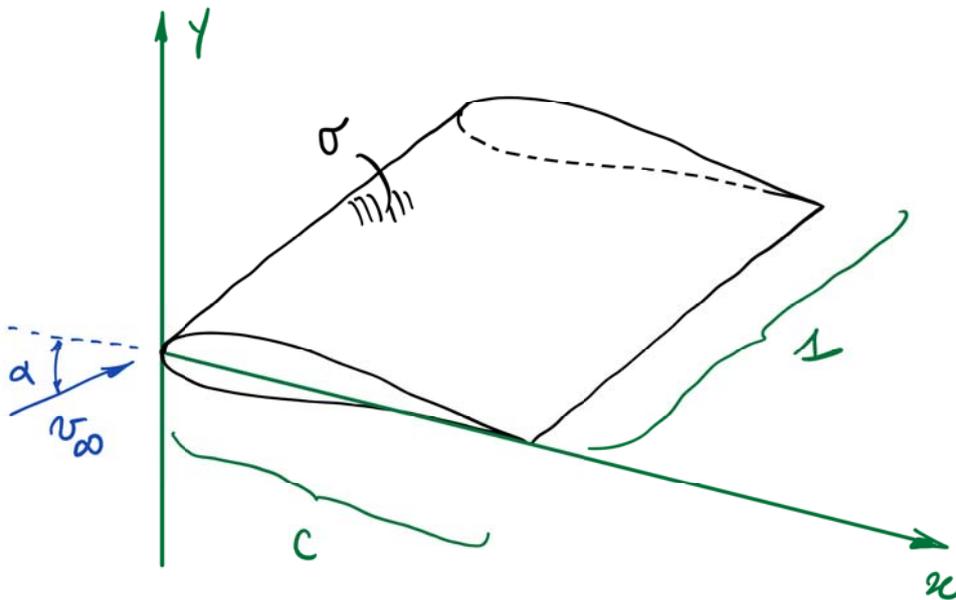
lo spessore massimo "t" è pari a $\gamma_s(x)_{\max}$.

Indichiamo lo spessore relativo come:

$$\rightarrow t_{\text{rel}} = \frac{t}{c}$$

Aziomi aerodinamiche sui profili alari

Immaginiamo uno spezzone di lunghezza unitaria di un'ala ad allungamento infinito:



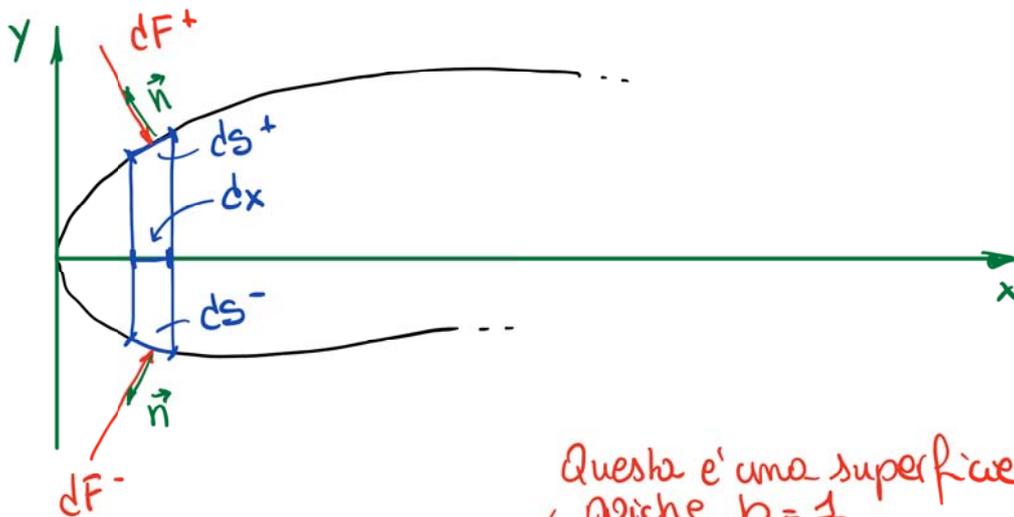
Facciamo ora l'ipotesi di fluido ideale ($\tau=0$),
Re relativamente alto e incidente α non troppo elevata.

Le uniche forze che si misureranno saranno quindi

forze di pressione → integrandole nel dominio si può ricavare la risultante delle forze aerodinamiche.
 da pressione effettiva che genera queste forze e relativa:

$$\rightarrow P_{rel} = P_{oss} - P_{\infty} \geq 0 \quad \left[\frac{N}{m^2} = Pa \right]$$

Studiamo inizialmente la zona attorno al bordo d'attacco:



Questa è una superficie poiché $b = 1$

Scrivendo vettorialmente:

$$dF^+ = \ominus (p^+ - p_{\infty}) \vec{n} \cdot ds^+$$

$$dF^- = \ominus (p^- - p_{\infty}) \vec{n} \cdot ds^-$$

Le " - " sono dovute al fatto che \vec{n} esce da ds^+ mentre dF è convenzionalmente positiva se entra

da risultante di queste forze aerodinamiche:

$$\vec{R} = \int_{\sigma} -p \vec{n} d\sigma$$

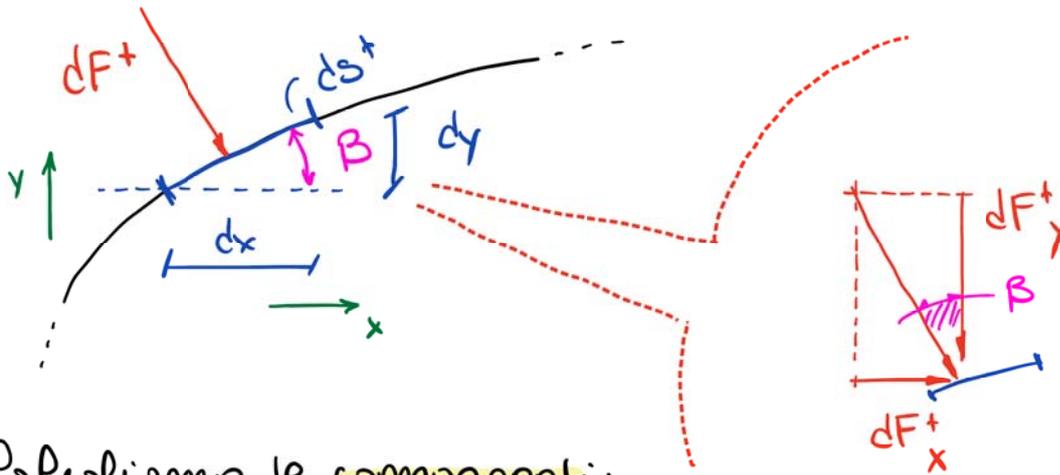
usare p o $p - p_{\infty}$ è indifferente in quanto:

$$\rightarrow R = \int_{\sigma} - (p - p_{\infty}) \vec{n} d\sigma - \int_{\sigma} p_{\infty} \vec{n} d\sigma$$

ho sommato e sottratto "p_∞"

ma p_∞ = cost e σ è un dominio di integrale chiuso
→ l'integrale è = 0

Consideriamo il tratto elementare sul corpo:



Calcoliamo le componenti:

$$\rightarrow dF_x^+ = (+) (p^+ - p_{\infty}) \sin \beta \cdot ds^+$$

poiché ora siamo in riferimento all'asse x: dF_x^+ nel disegno punta verso x⁺

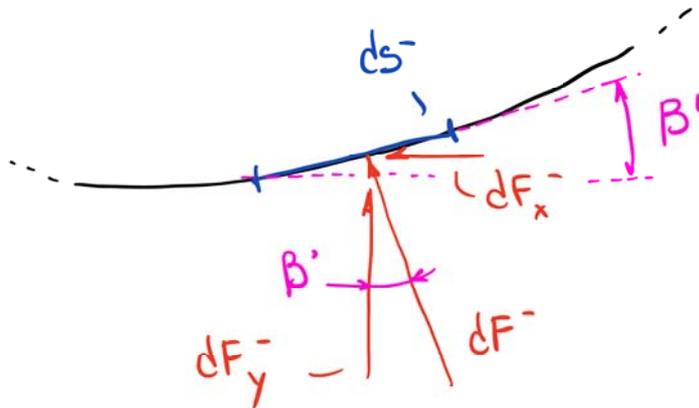
$$\rightarrow dF_y^+ = (-) (p^+ - p_{\infty}) \cos \beta \cdot ds^+ = - (p^+ - p_{\infty}) dx$$

poiché ora siamo in riferimento all'asse y: dF_y^+ nel disegno punta verso y⁻

poiché evidentemente:

$$\begin{cases} dy = \sin \beta \cdot ds^+ \\ dx = \cos \beta \cdot ds^+ \end{cases}$$

Stessa cosa per l'elementino ventrale:



$$\begin{cases} dF_x^- = -(p - p_\infty) \sin \beta' ds^- \\ dF_y^- = (p - p_\infty) \cos \beta' ds^- = (p - p_\infty) dx \end{cases}$$

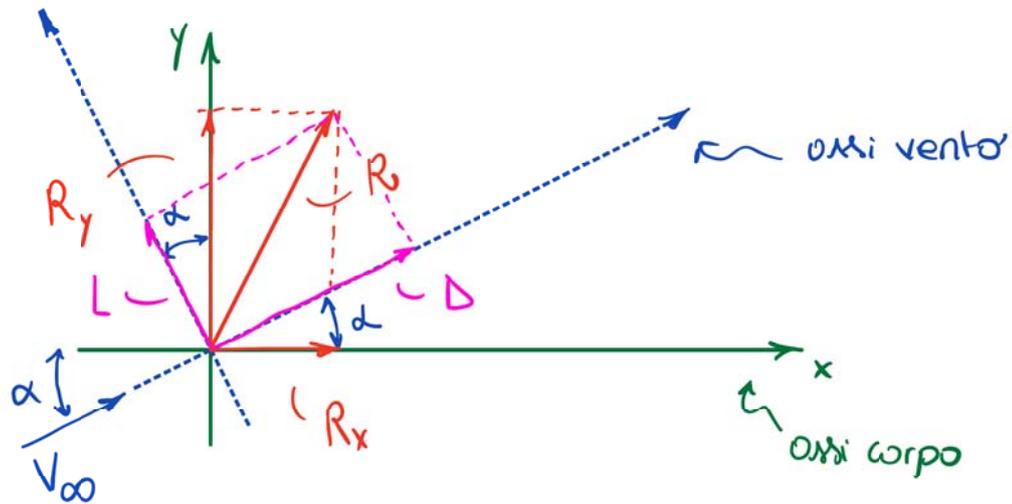
Date le ipotesi iniziali consideriamo $\beta \neq \beta'$ e $\beta, \beta' \ll 1 \text{ rad}$ (corpo ben avviato aerodinamicamente)

$$\rightarrow |dF_x^\pm| \ll |dF_y^\pm| \text{ in generale.}$$

Quindi:

$$\begin{cases} R_x = \int_0^c dF_x^+ + \int_0^c dF_x^- \\ R_y = \int_0^c dF_y^+ + \int_0^c dF_y^- = \int_0^c [(p^- - p_\infty) - (p^+ - p_\infty)] dx \end{cases}$$

In generale però ci interessa calcolare le componenti di R rispetto agli assi vento e NAC rispetto agli assi corpo



Ricordiamo che $d \ll 1 \text{ rad}$ (corpo ben avviato aerodinamicamente) e $\beta, \beta' \ll 1 \text{ rad}$. Quindi come abbiamo visto si avrà che $|dF_x^\pm| \ll |dF_y^\pm|$ da cui deriva che $R_x \ll R_y \rightarrow$ il disegno dunque non è in scala.

Le proiezioni di R sugli assi vento sono L (lift, ovvero portanza) e D (drag, ovvero resistenza):

$$\rightarrow \begin{cases} L = R_y \cos d - R_x \sin d \\ D = R_y \sin d + R_x \cos d \end{cases} \rightarrow D = R_y d + R_x \approx L$$

poiché $d \ll 1 \text{ rad}$: $\begin{cases} \cos d \approx 1 \\ \sin d \approx d \end{cases}$

Il sistema può quindi essere riscritto come:

$$L = R_y - \underbrace{R_x}_{\ll 1} \underbrace{d}_{\ll 1} \approx R_y$$

↳ trascurabile

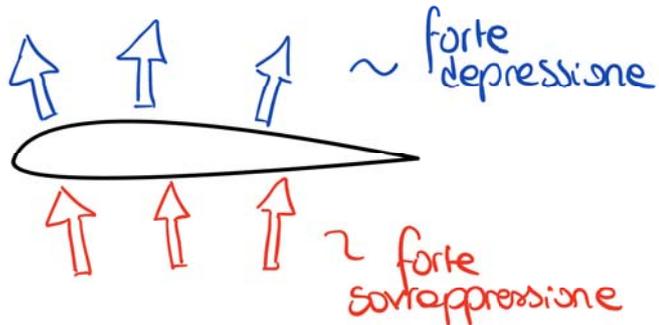
dalle ipotesi quindi si può confondere R_y con L

$$\Rightarrow L = \int_0^c [(\rho^- - \rho_\infty) - (\rho^+ - \rho_\infty)] dx \quad (*)$$

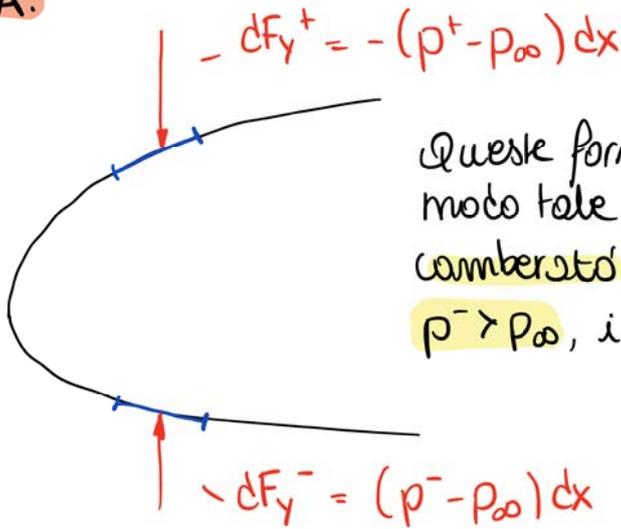
Ne consegue che $|\Delta| \ll |L|$, e almeno $\bar{\omega}^*$ è auspicabile.

Dalla formula (*) è evidente che il modo per massimizzare L generato dal profilo è avere:

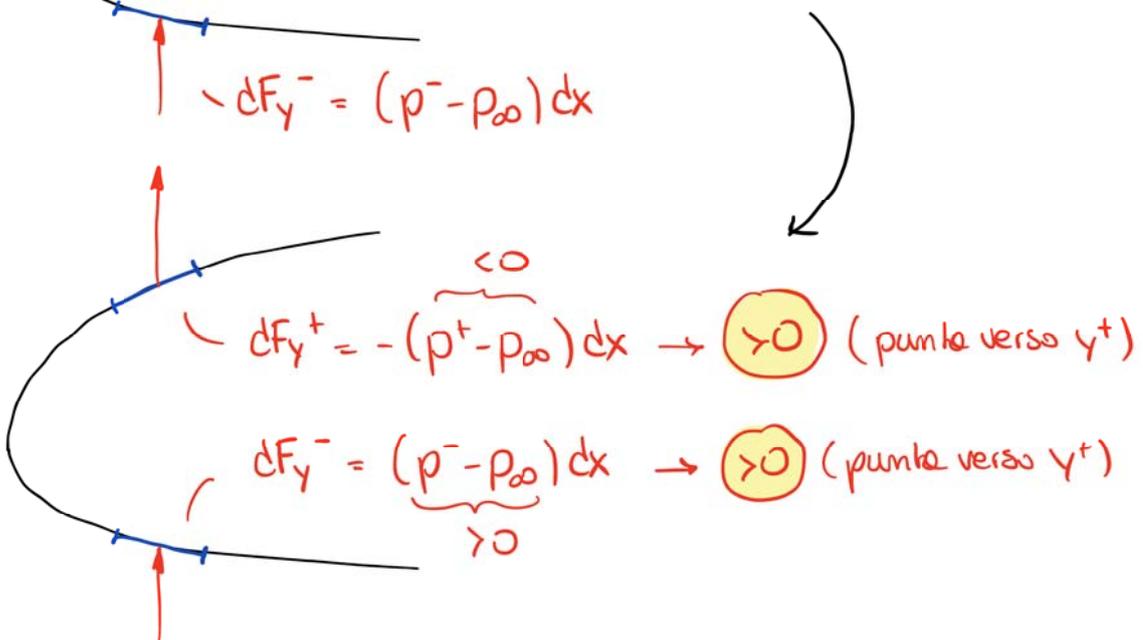
$$\rightarrow \begin{cases} p^- - p_\infty \gg 0 \\ p^+ - p_\infty \ll 0 \end{cases}$$



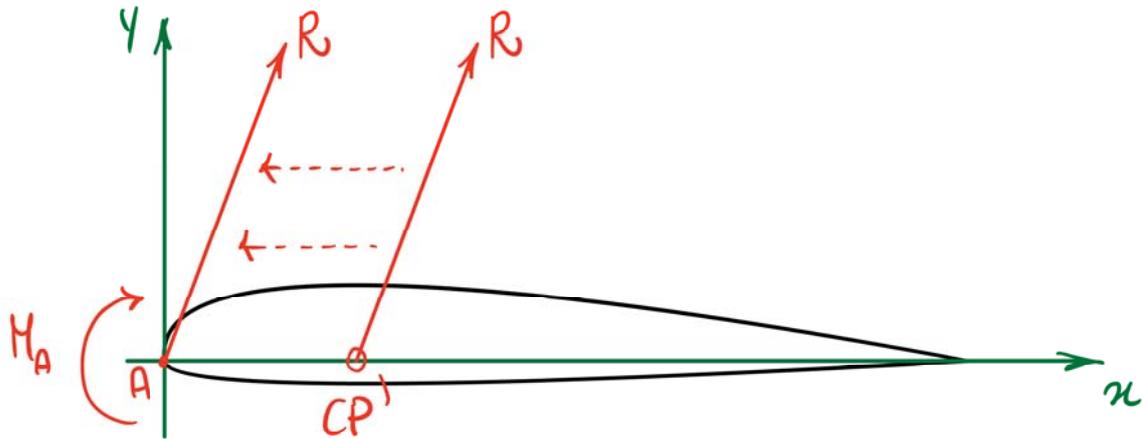
NOTA:



Queste formule sono scritte in modo tale che, in un profilo camberato, in cui $p^+ < p_\infty$ e $p^- > p_\infty$, i vettori dF_y^\pm saranno:



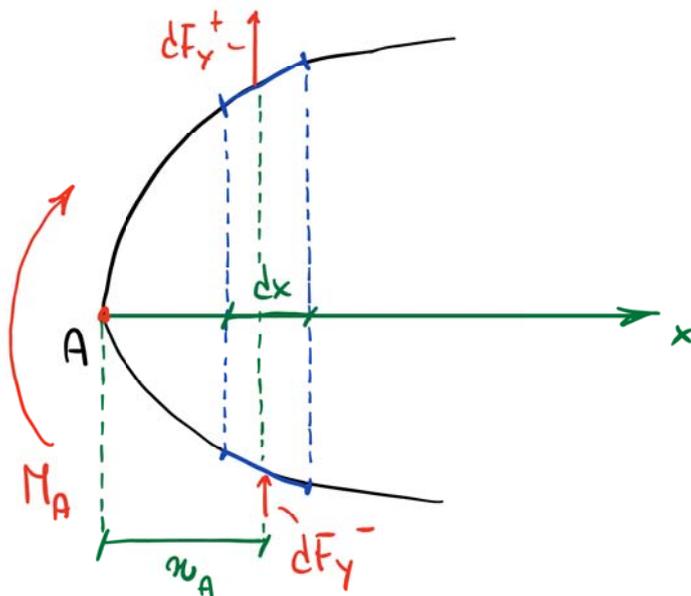
Momento delle forze aerodinamiche



CP = 'centro di pressione' → punto di applicazione reale dello **risultante R**.

Quindi se immagino di applicare **R** in **A** devo aggiungere un **momento di trasporto MA** (>0 se **cabronante**)

Studio questo momento:



x = braccio delle forze rispetto ad A.

Trascuro dF_x^\pm perché sono molto più piccole di $|dF_y^\pm|$ e perché, dato che si considerano profili sottili, avrebbero un braccio molto piccolo.

Valutiamo ora il momento M_A :

$\rightarrow dM_A = \ominus dF_y^+ x \ominus dF_y^- x =$

poiché $M_A > 0$ se calcolate ma dF_y^\pm generano M_A picchissime

Sostituisco con quanto visto la lezione scorsa

$$= -(- (p^+ - p_\infty) x dx) - (p^- - p_\infty) x dx =$$

$$= [(p^+ - p_\infty) - (p^- - p_\infty)] x dx$$

da cui:

$$M_A = \int_0^L [(p^+ - p_\infty) - (p^- - p_\infty)] x dx$$

signi invertiti rispetto a L !!

Se volessimo calcolare il momento rispetto a un punto diverso (generico) del profilo:

