



Centro Stampa

ATTENZIONE QUESTI APPUNTI SONO OPERA DI STUDENTI , NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE. IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

N° 2635

**FONDAMENTI DI MACCHINE E PROPULSIONE
2018-19**

DI GAIA LUDOVICA

- **MACCHINE A FLUIDO** (lavoro scambiato fra 1 macchina & 1 fluido)
 - **TERMICHE** (gas/vapore, che sono compressibili)
 - **IDRAULICHE** (liquido, che è incompressibile)
- **MACCHINE VOLUMETRICHE** → fluido posto in 1 camera a volume variabile $\rightarrow L$ (motori alternativi delle auto)
- **TURBOMACCHINE** → la macchina (in cui passa il fluido) ha un rotore, ovvero un organo che ruota attorno all'albero.
 - **MACCHINE OPERATRICI** (la macchina compie lavoro sue fluido $L > 0$)
 - **MACCHINE MOTRICI** (il fluido fa lavoro sulla macchina $L < 0$)

PROPULSIONE

È la generazione di una forza che serve a modificare il moto di un certo oggetto. Sarà dunque necessaria dell'energia.

- **MOTOELICA** = motore alternativo genera energia per muovere l'elica (e quale genera la forza → l'elica spinge l'aria indietro e per a/r l'aria spinge l'elica in avanti). L'elica è il PROPULSORE
- **TURBOELICA** = uguale ma invece di un motore alternativo ho una turbina a gas (un turbomotore)
- **MOTORI A REAZIONE** = Un unico organo (insieme di organi) genera l'energia necessaria a generare una forza (es. il turbogetto)

MACCHINE

→ ci occupiamo di macchine a fluido

[ENERGIA: capacità di compiere 1 lavoro
LAVORO: un modo per scambiare energia]

PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

→ della conservazione dell'energia

Come fornisco energia? → **LAVORO** (moto ordinato → stessa F es su ogni molecola)
→ **CALORE** (moto disordinato → le molecole ricevono F.S ma in direzioni diverse)

- FORMA LAGRANGIANA

(SISTEMA CHIUSO, MASSA DI FLUIDO COSTANTE che evolve tra uno stato iniziale e uno stato finale)

$$\begin{matrix} m & a & t_1 \\ T_1 & P_1 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} m & a & t_2 \\ T_2 & P_2 \end{matrix}$$

$$Q_e + L_e = \Delta E = E_2 - E_1$$

forniti al sistema dall'esterno

Aveendo massa costante posso definire:

- **CALORE MASSICO** (calore per unità di massa) $Q_e = \frac{Q_e}{m}$
- **LAVORO MASSICO** (lavoro per unità di massa) $L_e = \frac{L_e}{m}$
- **ENERGIA SPECIFICA** (energia per unità di massa) $E = \frac{E}{m}$

$$Q_e + L_e = \Delta E$$

L'energia può rinvenire nel sistema sotto diverse forme:

→ **ENERGIA INTERNA** (U) → FUNZIONE DI STATO = dipende dallo stato in cui si trova il sistema e non da come ci è arrivato.
Ogni molecola ha $E_c = \frac{1}{2} m v^2$. U è la somma di tutte le E_c delle n -molecole, ovvero è legata alla temperatura. È una formula di ENERGIA DISORDINATA.

→ **ENERGIA CINETICA** (E_c)

$E_c = \frac{1}{2} m v^2$, ma v è la velocità MEDIA delle particelle, quindi legata al moto MEDIO del sistema. È ENERGIA ORDINATA. Per unità di massa $E_c = \frac{1}{2} v^2$ ← velocità media della massa m

→ **ENERGIA POTENZIALE GRAVITAZIONALE** (E_g)

È l'energia legata all'altezza del nostro sistema. Per unità di massa $E_g = g \cdot z =$ lavoro che faccio per sollevare il sistema

→ **ENERGIA LEGATA A FORZE CENTRIFUGHE** (E_{cf})

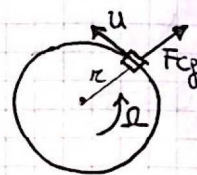
Quando il rotore ruota attorno al proprio asse con velocità Ω è soggetto alle forze centrifughe $F_{cf} = \Omega^2 \cdot r \cdot m$ in direzione radiale.

Quando il raggio cambia c'è un lavoro:

$$dL_{F_c} = F_{cf} \cdot dr = (\Omega^2 r m) dr \rightarrow L_{F_{c1 \rightarrow 2}} = \Omega^2 m \int_{r_1}^{r_2} r dr = \Omega^2 m \frac{r_2^2 - r_1^2}{2}$$

$\Omega \cdot r = v =$ VELOCITÀ DI TRASCINAMENTO = velocità con cui sta ruotando il mio sistema di riferimento

$$L_{F_{c1 \rightarrow 2}} = m \frac{v_2^2 - v_1^2}{2} \Rightarrow E_{cf} = - \frac{L_{F_{c1 \rightarrow 2}}}{m} = - \frac{v^2}{2}$$



$$E = U + E_c + E_g + E_{cf}$$

CASO PARTICOLARE: Fornisco dQ a una $m=1$ a $v_e = \text{cost}$

$$T \xrightarrow{dQ} T + dT$$

$$dQ + 0 = dU + dE_c + dE_g + dE_{cf} \Rightarrow dQ = dU$$

$L=0$ perché $F=0$ e $s=0$,
le pareti sono fisse

⇒ N.B. Ogni volta che una cosa è FERMA → $L=0$

Definiamo:

• CALORE SPECIFICO a $v_e = \text{cost}$

$$C_v = \frac{dQ}{dT}$$

$$\Rightarrow dU = C_v dT$$

Valore di trasformazione

Posso riscrivere il primo principio:

$$dQ_e + dL_e = C_v dT + \frac{dc^2}{2} + g dz - \frac{dv^2}{2}$$

$$dQ_e + dL_e = C_v dT + dE_{c,g,cf}$$

$$\text{In prima approssimazione, } C_v \approx \text{cost} \rightarrow U_2 - U_1 = C_v (T_2 - T_1)$$

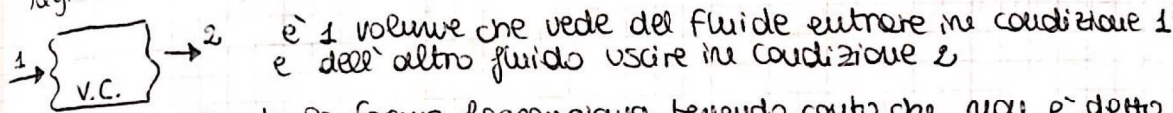
$$Q_e + L_e = C_v (T_2 - T_1) + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + g(z_2 - z_1) - \frac{v_2^2 - v_1^2}{2}$$

1° PRINCIPIO IN FORMA LAGRANGIANA

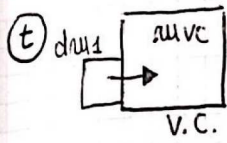
(è un bilancio di energia, non ci dice dove precisamente finisce questa energia)

- FORMA EULERIANA

(vale per i **SISTEMI APERTI**, invece che avere $m = \text{cost}$, facciamo riferimento a una regione dello spazio chiamata **VALORE DI CONTROLLO "V.C."**)

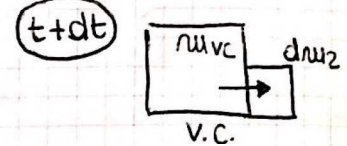


Si deriva usando la formula Lagrangiana, tenendo conto che non è detto che la massa che entra in 1 certo istante esca tutta insieme.



INIZIO: massa m_{Vc} + $dm1$ (ancora fuori) che si accinge ad entrare.

$dm1$ entrerà nel V.C. nel tempo dt , ma entrando farà uscire una porzione di massa del V.C., $dm2$.



la massa all'interno di V.C. rimasta + la massa entrata - la massa uscita è la m'_{Vc} .

In questa maniera il sistema è a MASSA FISSA.

$$dm1 + m_{Vc} = dm2 + m'_{Vc}$$

Applico il 1° principio (generale perché non posso dividere per tutta la massa).

$$dQe + dLe = E_f - E_i = E'_{Vc} + dm2 E_2 - (E_{Vc} + dm1 E_1)$$

IPOTESI: **CASO STAZIONARIO**: ogni grandezza che vado a misurare non cambia nel tempo $\rightarrow \frac{\partial X}{\partial t} = 0$

$\rightarrow X = \text{massa all'interno di V.C.} \Rightarrow m'_{Vc} = m_{Vc}$

$\rightarrow X = \text{energia all'interno di V.C.} \Rightarrow E'_{Vc} = E_{Vc}$ perché in ogni punto c'è la stessa quantità di massa, che ha la stessa velocità, stessa T , stessa z , stesso π

$\rightarrow dm2 = dm1 = dm$

Definisco la **PORTATA IN MASSA** che attraversa il V.C.

$$\dot{m} = \frac{dm}{dt}$$

$$dQe + dLe = dm(E_2 - E_1)$$

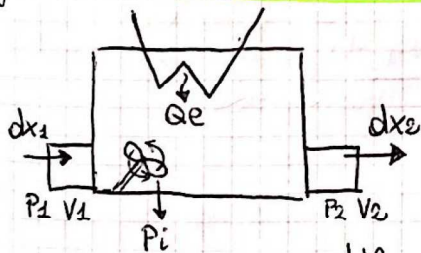
Definisco la **POTENZA TERMICA**

$$P_t = \dot{Q}_e = \frac{dQe}{dt} \rightarrow \text{calore fornito dall'esterno al sistema}$$

Distinguendo il lavoro fatto da ORGANI MOBILI all'interno di V.C.

Definisco la **POTENZA INTERNA**

$$P_i = \frac{dL_i}{dt} \rightarrow \text{LAVORO INTERNO}$$



N.B. Nella formula euleriana dobbiamo mettere tutto il lavoro fatto dall'esterno sulla nostra massa m . (anche il lavoro sull'aria dentro m)

$$dLe = \underbrace{P_i dt}_{\text{lavoro fatto dagli organi interni}} + \underbrace{dL_1 + dL_2}_{\text{lavoro scambiato tra l'aria che sta fuori e l'aria che sta entrando all'ingresso}}$$

lavoro scambiato tra l'aria che sta uscendo e quella fuori all'uscita

$$dm \rightarrow \rho \rightarrow V = \frac{dm}{\rho} = v \cdot dm, \text{ con } v = \text{volume specifico} = \frac{1}{\rho} = \frac{V}{m}$$

$$dL = \vec{F} \cdot \vec{s} = pA \cdot dx = p dV$$

④ Ingresso: Fe dx concordi $\rightarrow d\mathcal{L}_1 = P_1 dV_1 = P_1 v_1 \cdot d\dot{m}_1$

Uscita: Fe dx discordi $\rightarrow d\mathcal{L}_2 = -P_2 dV_2 = -P_2 v_2 \cdot d\dot{m}_2$

LAVORO DI SPOSTAMENTO = $(P_1 v_1 - P_2 v_2) \dot{m} dt$
(che l'aria riceve per il solo fatto che si muove)

↳ entrando nel V.C. riceve lavoro (viene spinto dentro), uscendo dal V.C. deve compierlo (per sbattere via le particelle che occupano l'uscita)

$$\dot{Q}_e + \underbrace{P_i + (P_1 v_1 - P_2 v_2) \dot{m}}_{\dot{\mathcal{L}}_e} = \dot{m} (E_2 - E_1)$$

$\dot{\mathcal{L}}_e \rightarrow$ nel lavoro delle forze esterne compaiono sia LAVORO INTERNO che LAVORO DI SPOSTAMENTO. (*)

$$\dot{Q}_e + P_i = \dot{m} \left[(U_2 + P_2 v_2 + E_{c,g,cg_2}) - (U_1 + P_1 v_1 + E_{c,g,cg_1}) \right]$$

1° PRINCIPIO IN FORMA EULERIANA

Definisco L'ENTALPIA $(i = U + p v)$

$U =$ en. interna

i è una funzione di stato, non dipende dalla particolare trasformaz.

$$\dot{Q}_e + P_i = \dot{m} [i_2 + E_{c,g,cg_2} - (i_1 + E_{c,g,cg_1})]$$

potenza fornita

quello dentro il V.C. rimane invariato essendo caso stazionario, ma quello che esce ha in più Q ed L rispetto a quello che è entrato.

(ovviamente se sottraiamo lavoro/raffreddiamo quello che esce avremo Q e L in meno)

Definisco il CALORE ESTERNO MASSICO

$$\dot{Q}_e = \frac{\dot{Q}_e}{\dot{m}} = \frac{\text{potenza termica}}{\text{unità di portata}}$$

Definisco il LAVORO INTERNO MASSICO

$$L_i = \frac{P_i}{\dot{m}} = \frac{\text{potenza interna}}{\text{unità di portata}}$$

$$\dot{Q}_e + L_i = i_2 - i_1 + E_{c,g,cg_2} - E_{c,g,cg_1} = \Delta i + \Delta E_{c,g,cg}$$

↳ $\neq$ l'entalpia dove c'è l'energia interna
↳ $\neq$ dalla l'entalpia dove c'è L_e

CASO PARTICOLARE: Fornisco dQ a un fluido a $p = \text{cost}$

Valuto la variazione di entalpia con calore $\rightarrow di = C_p dT$

vale θ trasformazione

• CALORE SPECIFICO a $p = \text{cost}$ $C_p = \frac{di}{dT}$ per gas ideale $C_p = \text{cost}$.

In generale, però, il fluido può entrare in condizioni NON uniformi o/e avere più ingressi.

$\Rightarrow$ Non possiamo più dividere per la portata, però possiamo fare un bilancio di questa

$$1_1 + 1_2 + 1_3 = 2_1 + 2_2$$

$$\dot{Q}_e + P_i = \underbrace{\sum_j \dot{m}_j (i_j + E_{c,g,cg_j})}_{\text{USCITA}} - \underbrace{\sum_i \dot{m}_i (i_i + E_{c,g,cg_i})}_{\text{INGRESSO}}$$

(anche qui abbiamo un bilancio di energia, ma ci dice dove precisamente finisce)

Definisco **L'ENTROPIA S** → dipende dallo stato in cui si trova il sistema, non da come ci è arrivato (3)

È una grandezza che misura lo stato di disordine di 1 sistema (più ci sono modi equivalenti in cui si può avere 1 distribuzione di energia, più è disordinato il sistema)

$$TdS = du + pdv = di - vdp$$

SECONDO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA

$$TdS = dQ_e + dL_w \quad \text{con } (L_w \geq 0) \rightarrow \text{lavoro delle resistenze passive (es. attrito)}$$

$L_w = 0$ solo per trasformazioni ideali reversibili

⇒ Aumentando Q il disordine aumenta, $s \uparrow$.
 $s = 0$ allo $T = 0$ assoluto

⇒ Anche se NON c'è dQ_e , l'entropia di un sistema isolato non può che aumentare (aumenta il grado di disordine) → l'energia si conserva, cambia solo l'ordine in disordine

N.B. Non è il lavoro interno a variare la forma ordinata in disordinata, poiché fa variare l'energia in modo ordinato.

⇒ trasformazioni adiabatiche ($Q_e = 0$) e reversibili sono ISENTROPICHE ($s = \text{cost}$) ma non è sempre vero l'opposto

FORMA MISTA

Combiniamo 1° e 2° principio:

- FORMA LAGRANGIANA	$dL_e = -pdv + dE_{c,g,q} + dL_w$	] È NECESSARIO LAVORO, non CALORE per modificare i valori a destra
- FORMA EULERIANA	$dL_i = vdp + dE_{c,g,q} + dL_w$	

Mi dice dove va il lavoro che fornisco al sistema o, a seconda di cosa voglio cambiare, quanto lavoro mi serve

es. restringere il volume → $dv \text{ neg} \Rightarrow dL_e \text{ pos.}$

es. accelerare w , sollevarla, muoverla contro le $F_{\text{centrifughe}} \Rightarrow dL_i \text{ pos.}$

N.B. Oltre al lavoro motore bisogna anche compensare le L_w (ovvero le perdite)

↑ pressione ↓ disordine perché serve una E ordinata per comprimere/accelerare, ecc..., ecco perché il calore non va bene.

TRASFORMAZIONI DI UN FLUIDO:

LIQUIDO: non ho relazione fra i cambiamenti di P e T

GAS (MACCHINE TERMICHE): p e T sono legati dall'equazione di stato, che nel caso dei GAS PERFETTI è $(PV = nRT)$

Quindi abbiamo

• GAS PERFETTO $\Rightarrow PV = RT$, con $R = \frac{R^*}{M}$, dove $R^* = \text{costante universale} = 8314 \text{ J/Kmol} \cdot K$

↳ costante elastica $M = \text{massa molecolare}$

• GAS IDEALE $\Rightarrow C_p, C_v = \text{costanti}$

Da considerazioni su come si può fornire l'energia al fluido:

$$C_p - C_v = R \quad \text{e} \quad \frac{C_p}{C_v} = \gamma$$

$$\frac{R}{C_p} = \frac{C_p - C_v}{C_p} = 1 - \frac{C_v}{C_p} = 1 - \frac{1}{\gamma} = \frac{\gamma - 1}{\gamma} = \frac{R}{C_p}$$

9) TRASFORMAZIONE ISOENTROPICA $\Rightarrow S = \text{cost}$

Tipicamente TURBOMACCHINE sono adiabatiche perché il gas attraverso la macchina molto velocemente, per cui non ha tempo di avere trasferimenti di calore sufficientemente apprezzabili.

Se non ci sono perdite ($L_w = 0$), ovvero è 1 **adiabatica ideale** allora è **ISENTROPICA**

$$ds = \frac{C_p dT}{T} - \frac{v dp}{T} = C_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{P} \quad \left(\frac{v}{T} = \frac{R}{P} \text{ per gas perfetti} \right)$$

Se isentropica $\Delta S = 0 = C_p \int_1^2 \frac{dT}{T} - R \int_1^2 \frac{dp}{P} = C_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{P_2}{P_1}$

$$\ln \frac{T_2}{T_1} = \ln \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R}{C_p}} \rightarrow \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{R}{C_p}} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$\Rightarrow$ ad un aumento di P corrisponde un aumento di T, legato all'esponente $\frac{\gamma-1}{\gamma}$ che dipende dal tipo di gas

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \left(\frac{v_1}{v_2} \right)^{\gamma-1} \Rightarrow p v^{\gamma} = \text{cost}$$

Ad aumenti di P corrispondono diminuzioni di volume

γ = esponente dell'isentropica

Di solito ci sono ΔP grandi, che corrispondono a ΔT piccoli

ARIA $\rightarrow \gamma = 1,4$

GAS COMBUSTI $\rightarrow \gamma = 1,33$

La trasformazione reale la approssimeremo come una

TRASFORMAZIONE POLITROPICA (approssima la trasformazione reale)

$$p v^{\mu} = \text{cost} \quad \text{con, in generale, } \mu \neq \gamma$$

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\mu-1}{\mu}}$$

È utile per avere una relazione tra p e v (e T) valida punto per punto durante la trasformazione. Quindi ogni volta che posso approssimare la trasformazione con una politropica:

$$v = \left(\frac{P_1}{P} \right)^{\frac{1}{\mu}} \cdot v_1 \Rightarrow \int_1^2 v dp = \int_1^2 P^{-\frac{1}{\mu}} \cdot dP \cdot \left(P_1^{\frac{1}{\mu}} \cdot v_1 \right) = \frac{\mu}{\mu-1} \underbrace{P_1 v_1}_{RT_1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\mu-1}{\mu}} - 1 \right]$$

(per fare l'integrale in Li)

per la formula legnegrana: $\int p dv = \frac{1}{\mu-1} P_1 v_1 \left[1 - \left(\frac{v_2}{v_1} \right)^{\mu-1} \right]$

trasformazioni tipiche

- COMPRESSIONE (spendo un lavoro per aumentare la pressione in un fluido)
- ESPANSIONE (nella turbina, prendo un fluido a P alta e lo faccio espandere così P scende e ottengo lavoro)

COMPRESSIONE ADIABATICA $\rightarrow$ NEI COMPRESSORI

(Hp1) Ho un gas, quindi $\Delta E_g \approx 0$ perché E_g è piccola (p, quindi peso trascurabile)

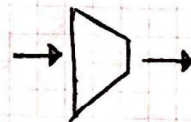
(Hp2) Sistema di rif. fisso ($F_{cg} = 0$) $\rightarrow \Delta E_{cg} = 0$

(Hp3) $\Delta E_c = 0$ (anche se spesso nella realtà è falsa) $\rightarrow$ la ri-aggiungo dopo!

(Hp4) macchina **ADIABATICA**

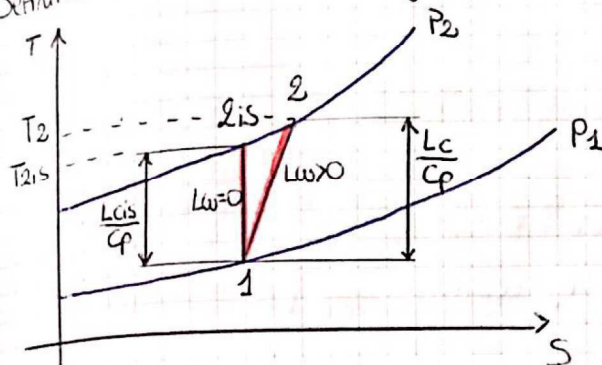
forma euleriana: $\dot{Q}_e + \dot{L}_i = \dot{\Delta i} + \dot{\Delta E}_c = C_p (T_2 - T_1) + \frac{C_p^2}{2} \Rightarrow \boxed{\dot{L}_i = \dot{\Delta i} = C_p \dot{\Delta T}}$

(Hp5) **MOTO STAZIONARIO** (già compresa nel 1° principio)



Definiamo P_1 e T_1 e $P_2 \rightarrow$ voglio calcolare T_2 e il lavoro che vogliamo ottenere
 le isobare ($p = \text{cost}$) sono esponenziali

⑦



Dal punto ① $\rightarrow$ P_2 ho una
TRASFORMAZIONE ADIABATICA

$$Q_e = 0 \Rightarrow T ds = d\epsilon + dLw$$

ma $Lw > 0$ e $ds > 0$ (perché l'entropia
 NON può diminuire)

La condizione limite è la **TRASFORMAZIONE ISENTROPICA**, dove salgo in verticale, $Lw = 0$
 $T ds = 0 \Rightarrow ds = 0 \Rightarrow s = \text{cost}$ (① $\rightarrow$ ②is)

Invece al crescere di $Lw (> 0)$ avrò $ds > 0$ e andrò verso destra nel caso reale (① $\rightarrow$ ②)

ISENTROPICA $\rightarrow T_{2is} = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \rightarrow$ il lavoro di compressione
 isentropico sarà: $L_{cis} = C_p (T_{2is} - T_1)$

CASO REALE $\rightarrow T_2 = T_1 \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} > T_{2is} \rightarrow$ infatti, visto che NON è ammesso un s
 decrescente ($Lw > 0$), possiamo accettare solo

$L_c > L_{cis}$ le perdite aumentano
 il lavoro che devo fare

$$(n > \gamma)$$

$$L_c = C_p (T_2 - T_1)$$

(ISENTROPICO)

RENDIMENTO ADIABATICO DI COMPRESSIONE
 lavoro che devo fare nel caso isentr. wrt quello reale

$$\eta_c = \frac{L_{cis}}{L_c} < 1$$

Definisco il **RAPPORTO DI COMPRESSIONE**

$$\beta_c = \frac{P_2}{P_1}$$

$$\Rightarrow L_c = C_p T_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1 \right) = C_p T_1 \left(\beta_c^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)$$

$$\Rightarrow \frac{T_{2is}}{T_1} = \beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$L_c = \frac{1}{\eta_c} C_p T_1 \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

PRIMA EQ. DEL LAVORO DI
 COMPRESSIONE ADIABATICO

$$\eta_c \approx 0,8$$

Si può scrivere anche quello per n poiché spesso n non è noto, ma si usa molto.

RENDIMENTO POLITROPICO (O IDRAULICO)

$$\eta_{yc} = \frac{L_c - Lw}{L_c} = \frac{\text{LAVORO VERO} - \text{PERDITE}}{\text{LAVORO VERO}}$$

N.B. $L_{cis} \neq L_c - Lw$

Grazie ai 2 rendimenti possiamo correlare $\frac{n-1}{n}$ con $\frac{\gamma-1}{\gamma}$, ovvero γ , l'esponente dell'isentropica con n , l'esponente della politropica.

1° principio in forma mista: $L_c = \int_1^2 v dp + \Delta E_{g,cf} + Lw$

$$L_c - Lw = \int_1^2 v dp = \frac{n}{n-1} R T_1 \left(\beta_c^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)$$

Per il caso isentropico: $L_{cis} = \int_1^2 v dp + \Delta E_{g,cf} + Lw$

$$\eta_{yc} = \frac{L_c - Lw}{L_c} = \frac{\frac{n}{n-1} R T_1 \left(\beta_c^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)}{C_p T_1 \left(\beta_c^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)} = \frac{\frac{n}{n-1}}{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \Rightarrow \frac{n-1}{n} = \frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{1}{\eta_{yc}}$$

$$\text{Posso così riscrivere } L_c = C_p T_1 \left(\beta_c^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right) \Rightarrow L_c = C_p T_1 \left(\beta_c^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \frac{1}{\eta_{yc}}} - 1 \right)$$

SECONDA
 EQ. DEL
 LAVORO DI
 COMPRESS.
 ADIABATICO

8) Perché $\eta_c \neq \eta_{yc}$?

$$L_c = L_{cis} + L_w + \int_{1,u}^2 v dp - \int_{1,\gamma}^{2,\gamma} v dp$$

$L_{CR} > 0$ LAVORO DI CONTRORECUPERO

Questo lavoro c'è perché gli attriti trasformano energia ordinata ($\bar{v}$) in energia disordinata (calore) che noi convertiamo T. Quindi a parità di P aumentato il volume → le perdite scaldano il fluido che si gonfia e per un certo dp devo fare + lavoro.

$$L_c - L_w > L_{cis} \Rightarrow \eta_{yc} > \eta_c \quad \text{proprio perché } \eta_c \text{ contempla una perdita in più.}$$

$(\eta_{yc} - \eta_c)$ è tanto + grande quanto β_c è grande → comprimono poco → differenze di volume piccole
↳ comprimono tanto → diff. di volume grandi

⇒ β_c piccolo → $\eta_y = \eta$ → "RENDIMENTO DI PICCOLO STADIO"

Ovviamente, se $v = \text{cost}$, $L_{CR} = 0$ (come nei liquidi)

ESPANSIONE ADIABATICA → NELLE TURBINE

$$(H_{p1}) + (H_{p2}) + (H_{p3}) \rightarrow \Delta E_{c,g,\gamma} = 0$$

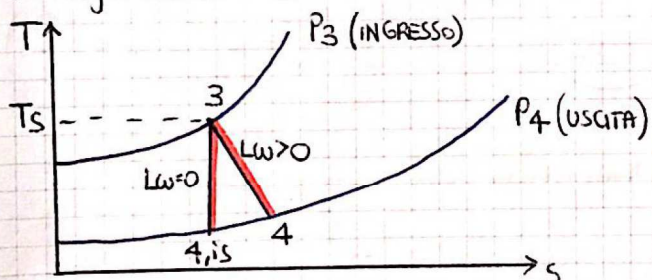
$$(H_{p4}) \rightarrow Q_e = 0$$

espansione → LAVORO INTERNO NEGATIVO → SONO MACCHINE MOTRICI (ricevono lavoro dal fluido). Definisco così il "LAVORO DI TURBINA" = $-L_i = L_e$

$$1^\circ \text{ princ: } Q_e + L_i = C_p(T_4 - T_3) + \Delta E_{c,g,\gamma} = 0 \Rightarrow L_t = C_p(T_3 - T_4)$$

[C_p e γ sono dei gas
combusti, non
dell'aria]

Diagramma T-s



$3 \rightarrow 4_{is} \Rightarrow$ TRASFORMAZIONE ISOENTROPICA

$3 \rightarrow 4 \Rightarrow$ TRASFORMAZIONE ADIABATICA, in cui sono presenti perdite.

RENDIMENTO ADIABATICO/ISENTROPICO

$$L_{t,is} = C_p(T_3 - T_{4,is}) \quad \text{con } T_{4,is} = \frac{T_3}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} < T_4 = \frac{T_3}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

$$T_4 > T_{4,is}$$

con $\beta_t = \frac{P_3}{P_4}$ RAPPORTO DI ESPANSIONE

per avere l'aumento di entropia → $\eta < \gamma$ e $L_t < L_{t,is}$

perché questa volta le perdite diminuiscono il lavoro che ottengo (ho una benefit, o in meno)

$$\eta_t = \frac{L_t}{L_{t,is}} = \frac{\text{LAVORO CHE OTTENGHI EFFETTIVAMENTE}}{\text{LAVORO CHE OTTERREI NEL CASO IDEALE}} \quad (\text{inversi wrt la compressione})$$

$$L_{t,is} = C_p(T_3 - T_{4,is}) = C_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right) = C_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)$$

$$L_t = \eta_t \cdot L_{t,is} \rightarrow L_t = \eta_t C_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)$$

PRIMA EQUAZIONE DEL LAVORO DI TURBINA

E andando alla politropica: ($\gamma \rightarrow nu$)

$$L_t = C_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{nu-1}{nu}}} \right)$$

RENDIMENTO POLITROPICO (o IDRAULICO) $\rightarrow$

$$\eta_{yt} = \frac{L_t}{L_t + L_w} = \frac{\text{LAVORO VERO}}{\text{LAVORO IDEALE (di TURBINA EFFETTIVO + PERDITE)}}$$

Facciamo come prima:

$$\eta_{yt} = \frac{\frac{\gamma}{\gamma-1} R T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{nu-1}{nu}}} \right)}{\frac{nu}{nu-1} R T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{nu-1}{nu}}} \right)} = \frac{\gamma}{\gamma-1} \cdot \frac{nu-1}{nu} \Rightarrow \frac{nu-1}{nu} = \eta_{yt} \cdot \frac{\gamma-1}{\gamma}$$

$$L_t = C_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta_t^{\frac{\gamma-1}{\gamma} \cdot \eta_{yt}}} \right)$$

SECONDA EQUAZIONE DEL LAVORO DI TURBINA

Anche qui $\eta_t \neq \eta_{yt}$ perché $L_t = L_{tis} - L_w + \int_4^3 \delta p - \int_{4, is}^3 \delta p$

Questo lavoro c'è perché aumentando gli attriti, queste perdite vanno a scaldare il fluido e aumentare il volume $\rightarrow$ ottenere + lavoro $\rightarrow$ effetto benefico

$L_{tr} \geq 0$ LAVORO DI RECUPERO

Avendo $L_t < L_{tis} \rightarrow L_w > L_{tr}$, quindi il lavoro di recupero non riesce a compensare le perdite

$$\text{Quindi } \eta_t > \eta_{yt}$$

$(\eta_t - \eta_{yt})$ aumenta all'aumentare di β perché $\beta \uparrow$ anche $L_{tr} \uparrow$

$\Rightarrow \beta_t$ piccolo $\rightarrow \eta_t = \eta_{yt}$

Ovviamente, se $v = \text{cost}$, $L_{tr} = 0$ e $\eta_t = \eta_{yt}$

N.B. Nelle turbine, di solito, ho una fortissima espansione (β_t enormi) quindi il lavoro di recupero è molto importante

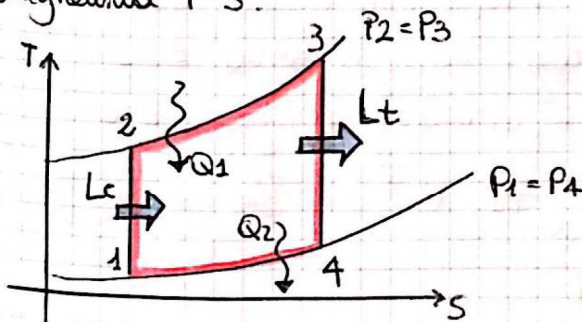
Quindi come temperature d'uscita ho $T_4 = T_3 - \frac{L_t}{C_p}$ e $T_2 = T_1 + \frac{L_c}{C_p}$

Prima di reintrodurre l'Ec, metto insieme le espressioni semplificate di compressione ed espansione adiabatica per realizzare un motore e, dunque, tirar fuori lavoro (energia). Approssimiamo così le trasformazioni che avvengono all'interno dei turbomotori.

CICLO A GAS o CICLO (JOULE)-BRAYTON

CASO IDEALE $\rightarrow$ 2 TRASFORMAZIONI ISOBARE $\rightarrow$ scambi di calore $Q_e \neq 0$ $L_i = L_w = 0$
 $\rightarrow$ 2 TRASFORMAZIONI ISENTROPICHE $\rightarrow$ scambi di lavoro $L_i \neq 0$ $L_w = Q_e = 0$

Diagramma T-S:



1 $\rightarrow$ 2 isentropica [COMPRESSO] $\Rightarrow L_c$

2 $\rightarrow$ 3 isobara $\Rightarrow$ fornitura di calore Q_1

3 $\rightarrow$ 4 isentropica [ESPANSO] $\Rightarrow L_t$

4 $\rightarrow$ 1 isobara $\Rightarrow$ calore sottratto Q_2

RAPPORTO DI COMPRESSIONE (e di espansione)

$$\beta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_3}{P_4}$$

$$(H_{p1}) + (H_{p2}) + (H_{p3}) \rightarrow \Delta E_{c,g,j} = 0$$

RENDIMENTO DEL CICLO

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{\text{quello che tengo}}{\text{quello che spendo}}$$

[trasforma 1 forma di energia in 1 altra]

⑩ N.B. Più generalmente $\eta = \frac{\text{Potenza meccanica}}{\text{Potenza termica}}$.

Nelle trasformazioni in 1 macchina, quindi, misuriamo quanto otteniamo rispetto a quello che perdiamo. Prima, invece, nelle singole trasformazioni, confrontiamo la realtà con 1 caso ideale di riferimento.

1 → 1 (tutto il ciclo) Applico il 1° principio: $Q_e + L_i = \Delta E_{c.p.} = 0$

LAVORO DEL CICLO

calore compressivamente fornito dall'esterno

lavoro interno compressivamente fornito dagli organi mobili

$$L = -L_i = Q_e = Q_1 - Q_2 = L_t - L_c$$

⇒ CALORE SOTTRATTO: Carnot dimostra che in un ciclo termodinamico bisogna SEMPRE sottrarre calore e la quantità di calore da sottrarre dipende dalle temperature in cui agisce il nostro ciclo.

• 1 → 2 : $L_c = C_p(T_2 - T_1)$

• 2 → 3 : $Q_1 = C_p(T_3 - T_2)$

• 3 → 4 : $L_t = C_p(T_3 - T_4)$

• 4 → 1 : $Q_2 = C_p(T_4 - T_1)$

} Sono comparabili di segno essendo lavoro sottratto e calore sottratto

$$L = L_t - L_c = C_p(T_3 - T_4) - C_p(T_2 - T_1) = C_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right) - C_p T_1 \left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) = C_p(T_3 - T_1 \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}) \cdot \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right) \text{ (dipende dai parametri)}$$

$$Q_1 = C_p(T_3 - T_2) = C_p(T_3 - T_1 \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}})$$

RENDIMENTO DEL CICLO IDEALE

dipende solo da β , $\beta \uparrow \eta \uparrow$ (NON da T)

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = 1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}$$

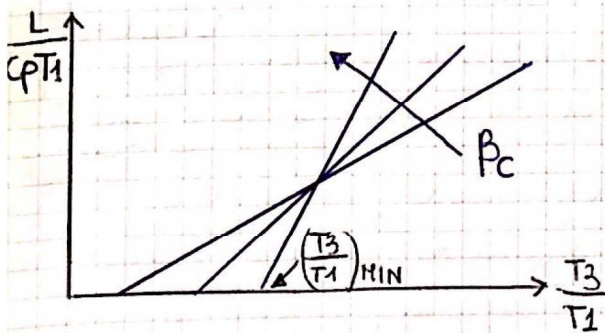
Introduco il

LAVORO ADIMENSIONATO

$$\frac{L}{C_p T_1} = \frac{T_3}{T_1} \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right) - \left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right) = \left(\frac{T_3}{T_1} - \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)$$

che dipende solo da γ (quindi dal gas) e β e $\frac{T_3}{T_1}$ (parametri di progetto).

Analizzo quindi l'andamento del lavoro del ciclo in funzione di $\frac{T_3}{T_1}$, di β e l'andamento di η sempre in funzione di β



Dalla 1° espressione di $\frac{L}{C_p T_1}$:

$\left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}}\right)$ è il coefficiente angolare, quindi l'espressione è una retta.

Tale retta è crescente avendo $\beta > 1$

Dalla 2° espressione di $\frac{L}{C_p T_1}$: $L = 0$

quando $\frac{T_3}{T_1} = \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$, il $\frac{T_3}{T_1}$ MINIMO, $[\beta_{max}]$

in cui $T_2 = T_3$ quindi il fluido non si scalda (*)

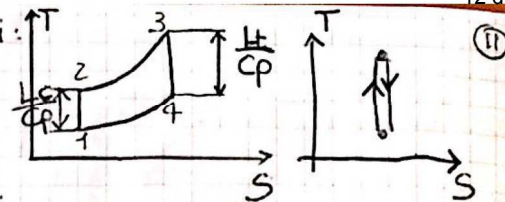
• Sotto questo valore $L < 0$

• $\beta \uparrow$, $\left(\frac{T_3}{T_1}\right)_{MIN} \uparrow$ e la pendenza della curva aumenta (diventa + ripida e parte da + a destra)

~~Il lavoro è sempre positivo per ogni valore di beta e T3/T1~~

(*) infatti sono già alla temperatura massima dopo aver compresso e devo espandere.

In questo caso $L_t = L_c$ perché $T_3 = T_1 \beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = T_2$ e i salti:
 $T_3 - T_4 = \frac{L_t}{C_p}$ e $T_2 - T_1 = \frac{L_c}{C_p}$ saranno uguali



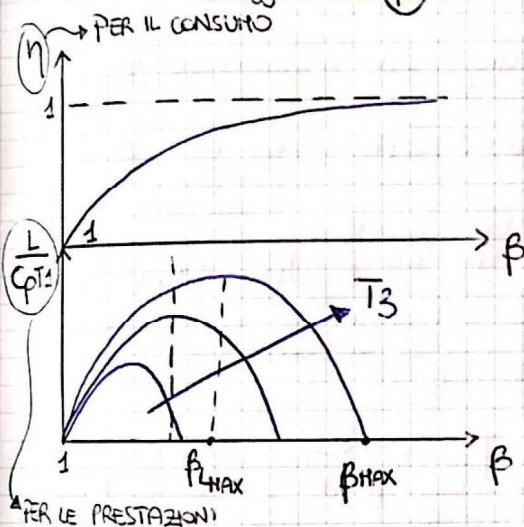
N.B. Se scaldando il fluido (a parità di espansione) quando ho compresso perché ho più energia. In altre parole, quando lo comprimo, lo scaldiamo e diminuiamo il suo volume; quando invece lo espandiamo, si raffredda e aumenta il volume, per cui dalla formula vista dei principi $dL = vdp$, quindi $L_t > L_c$

Quindi NON scaldando (essendo alla $T_3 = T_2$ max) avremo lo stesso lavoro espandendo e comprimendo.

Essendo POTENZA = PORTATA x LAVORO, se $L \uparrow$ posso avere la potenza richiesta con portata $\downarrow$, ovvero una macchina più leggera.

$\Rightarrow$ Dobbiamo quindi avere la T_3 più grande possibile, riferendoci solo alla limitazione tecnologica del materiale.

Vediamo ora l'effetto di β , partendo da $\beta = 1$. $\left\{ \begin{array}{l} \beta = 1 \rightarrow \eta = 0 \\ \beta \rightarrow \infty \rightarrow \eta \rightarrow 1 \end{array} \right\}$ indipendente da T



$$\left\{ \begin{array}{l} \beta = 1 \rightarrow \frac{L}{C_p T_1} \rightarrow 0 \\ \beta_{MAX} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \rightarrow \frac{L}{C_p T_1} \rightarrow 0 \end{array} \right.$$

L'andamento NON è simmetrico

$$\beta_{LMAX} \Rightarrow \frac{\partial L}{\partial \beta} = 0 \rightarrow \beta_{LMAX} = \left(\frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{\gamma}{2(\gamma-1)}} = \sqrt{\beta_{MAX}}$$

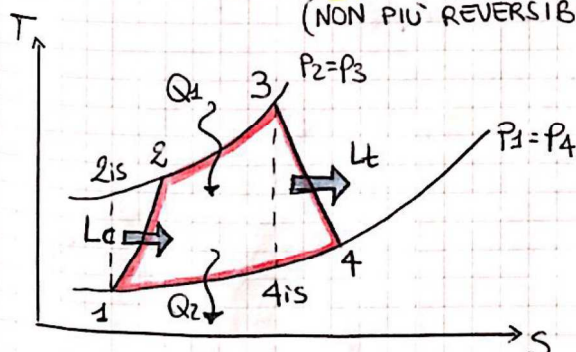
Conviene aumentare T e metterci appena a destra del massimo di lavoro (per far aumentare un po' η)

Oltre β_{MAX} il motore non dà + nulla e la macchina motrice diventa macchina operatrice

CICLO REALE

$\rightarrow$ compressione ed espansione NON sono + ideali

- $\rightarrow$ 2 TRASFORMAZIONI ISOBARE $\rightarrow L_i = L_w = 0$ (scambi di calore) $Q_e \neq 0$
- $\rightarrow$ 2 TRASFORMAZIONI ADIABATICHE $\rightarrow L_i \neq 0, L_w \neq 0$ (scambi di lavoro) $Q_e = 0$ (NON PIÙ REVERSIBILI)



In realtà, in un motore reale (vero) anche la fornitura di calore Q_1 non è perfettamente isobara e ha delle perdite (perdite di pressione) $\rightarrow P_3 < P_2$, ma per ora le trascuriamo.

Faccio un bilancio energetico applicando il 1° PRINCIPIO a tutto il ciclo:

$$L = Q_1 - Q_2 = L_t - L_c = C_p(T_3 - T_4) - C_p(T_2 - T_1)$$

Il calore fornito sarà $Q_1 = C_p(T_3 - T_2)$

Ritorno alle equazioni con i rendimenti (adiabatici e non politropici per avere equazioni + precise)

$$L_t = \eta_t C_p T_3 \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} \right) \text{ e } L_c = \frac{1}{\eta_c} C_p T_1 \left(\beta^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right)$$

(12)

$$\text{ma } L_c = C_p \Delta T \rightarrow T_2 = T_1 + \frac{L_c}{C_p} = T_1 + \frac{1}{\eta_c} T_1 \left(\beta^{\frac{r-1}{r}} - 1 \right)$$

$$\text{così } Q_1 = C_p \left(T_3 - T_1 \left(1 + \frac{1}{\eta_c} \left(\beta^{\frac{r-1}{r}} - 1 \right) \right) \right)$$

Adimensionalizziamo le 2 grandezze:

$$\bullet \frac{L}{C_p T_1} = \eta_t \frac{T_3}{T_1} \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{r-1}{r}}} \right) - \frac{1}{\eta_c} \left(\beta^{\frac{r-1}{r}} - 1 \right) = \left(\eta_t \frac{T_3}{T_1} - \frac{1}{\eta_c} \beta^{\frac{r-1}{r}} \right) \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{r-1}{r}}} \right)$$

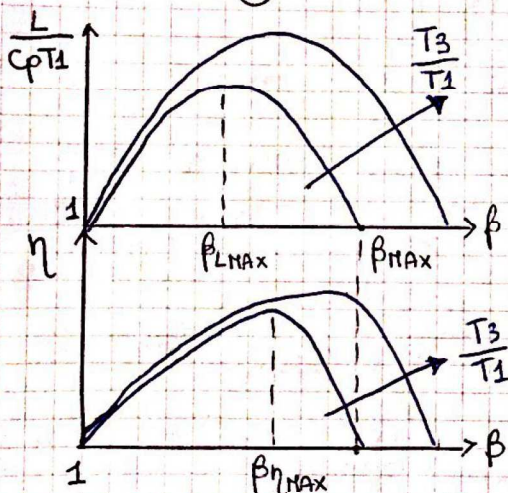
$$\bullet \frac{Q_1}{C_p T_1} = \frac{T_3}{T_1} - \left[1 + \frac{1}{\eta_c} \left(\beta^{\frac{r-1}{r}} - 1 \right) \right]$$

RENDIMENTO

$$\eta = \frac{L}{Q_1} = \frac{\frac{L}{C_p T_1}}{\frac{Q_1}{C_p T_1}} = \frac{\eta_t \frac{T_3}{T_1} \left(1 - \frac{1}{\beta^{\frac{r-1}{r}}} \right) - \frac{1}{\eta_c} \left(\beta^{\frac{r-1}{r}} - 1 \right)}{\frac{T_3}{T_1} - \left[1 + \frac{1}{\eta_c} \left(\beta^{\frac{r-1}{r}} - 1 \right) \right]}$$

Qui possiamo osservare come, nel caso ideale, η dipende sia da β che da $\frac{T_3}{T_1}$! (nell'ideale solo da β)

Analizziamo l'andamento del lavoro (adimensionalizzato) e del rendimento rispetto a β



β parte sempre da 1 perché prima espando e dopo scendo

1° grafico: espressione analoga a quella ideale, solo moltiplicata per η_t e $1/\eta_c$ (coefficienti correttivi)

$L=0 \rightarrow \beta=1$ (non ho L_c né L_t) $\rightarrow L=0$, fornisco solo calore ($Q \neq 0$)
così $\eta=0$

$\beta = \beta_{MAX} \neq$ da quello trovato nel caso ideale perché c'è un rendimento di mezzo

$$\beta_{MAX} = \left(\eta_c \eta_t \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{r}{r-1}}$$

$$\beta_{LMAX} = \sqrt{\beta_{MAX}} = \left(\eta_c \eta_t \frac{T_3}{T_1} \right)^{\frac{r}{2(r-1)}}$$

$$\eta=0 \rightarrow \beta=1$$

$\beta = \beta_{MAX}$ ($L=0$), ma $Q_1 \neq 0, >0$ (forniamo comunque calore)

non può crescere indefinitamente

deve dunque avere un $\beta_{\eta MAX}$, $\beta_{\eta MAX} > \beta_{LMAX}$

N.B. $L=0 \Rightarrow T_3 > T_1$ perché $Q_1 \neq 0$

Quando disegno un grafico, questo ha $\frac{T_3}{T_1} = \text{cost.}$

β piccolo • β grande •

$$L=0 \Rightarrow L_t = L_c \Rightarrow |T_3 - T_4| = |T_2 - T_1|$$

$T_4 > T_1$ sempre ($\forall \beta$) poiché c'è aumento di entropia. (mentre nel caso ideale poteva essere $T_4 = T_1$, senza Q)

In fatti, se non scaldassi, avrei necessariamente $\frac{r}{r-1}$ perdite che mi porterebbero a un $L < 0$. Questo perché arrivando al punto 2 mi sono spostato verso destra e per avere $T_4 = T_1$ dovei tornare indietro, avendo $L_t < L_c$

