Centro Stampa

N°1005

BIOMECCANICA DEI FLUIDI
TEORIA ESERCIZI

DI BETTALE VALENTINA

BIOMECCANICA dei FLUIDI

5 CREDITI

DIEGO GALLO diego.gallo@polito.it DIMEAS
GIUSEPPE ISU giuseppe.isu@ " " ESERCITAZ IN AULA e LIUE
UMBERTO MORBIDUCCI " "

esame SCRITTO 2h + CORREZIONE (x RITIRARSI..)

2es 16 (8+8) < 1 BERNOULLI, 1 BILANCIO
\+
2 dom teoria 16

/32

<u>non</u> SI RIFIUTA IL VOTO (una volta corretto)
<u>no</u> ORALE

NO LEZIONE
23 ott
17/18 Dic
7/8 Gen

LIBRO: "fenomeni di trasporto"
Bird, Lightfoot
\+ GRANDE
SOPRATT x I BILANCI

IDROSTATICA

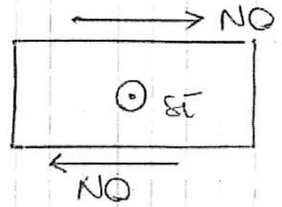
1-2 ottobre

4 stati della materia: solidi - $\underbrace{\text{liquidi - gas}}$ - plasma

SOLIDI	vs.	FLUIDI
• hanno forma propria		• assumono la forma del recipiente che li contengono
• non si deformano in risposta ad uno stimolo esterno, perché i legami intermolecolari si oppongono ad una forza esterna		• non hanno volume proprio
		• si deformano se si applica una forza esterna a causa dei deboli legami intermolecolari

FLUIDO = <u>mezzo continuo</u> (siamo in una scala maggiore di quella molecolare) nel quale, in equilibrio, <u>gli sforzi siano sempre ⊥ normali</u> alle rispettive superfici, ovvero che non possa sopportare sforzi di taglio senza deformarsi x scorrimento, cioè senza perdere l'equilibrio

in equilibrio



FLUIDI
- LIQUIDI: limitati da superficie definita, che racchiude volume definito (sia superficie a contatto con recipiente, sia <u>superficie libera</u>)
- GAS: occupano tutto lo spazio consentito dal recipiente
  superficie limite - recipiente stesso

DEFINIZIONI:

DENSITA': RAPPORTO TRA MASSA E VOLUME DI UNA SOSTANZA

$$\boxed{\rho = \frac{m}{V}} \qquad \left[\frac{Kg}{m^3}\right] \left[\frac{g}{cm^3} = 10^3 \frac{Kg}{m^3}\right]$$

X I LIQUIDI: ρ VARIA POCO AL VARIARE DI ΔT E Δp

→ ρ E' QUINDI CONSIDERATA COSTANTE

ex: DENSITA' DEL SANGUE ($\nexists \Delta T$) XK TUTTI I FLUIDI BIOLOGICI HANNO $T = 37°C$
DIPENDONO INFATTI SOLO DALL' EMATOCRITO, LA % DI GLOBULI ROSSI NEL SANGUE (43%)

X I GAS: ρ DIPENDE DA p E T, PARAMETRI DA PRECISARE

INFATTI,

X I GAS IDEALI: $pV = nRT$ EQ. DI STATO

n = MOLI
R = COSTANTE UNIVERSALE
M = MASSA MOLECOLARE
m = MASSA

$$pV = \frac{m}{M} RT \quad XK \quad n = \frac{m}{M}$$

$$\boxed{\frac{m}{V} = \frac{pM}{RT} = \rho}$$

PESO SPECIFICO, DATO DAL CAMPO GRAVITAZIONALE TERRESTRE,: RAPPORTO TRA PESO DI UN CORPO ED IL SUO VOLUME

$$\boxed{\gamma = \frac{P}{V} = \frac{mg}{V} = \left(\frac{m}{V}\right)g = \rho g} \qquad \left[\frac{N}{m^3}\right] \left[\frac{dyn}{cm^3} = 10\frac{N}{m^3}\right]$$

γ E' DIRETTAMENTE DIPENDENTE DA ρ

COMPRIMIBILITA': ESPRIME QUANTO VARIA PERCENTUALMENTE IL VOLUME DI UN FLUIDO A CAUSA DI UNA VARIAZIONE DI PRESSIONE.

INFATTI IN CONDIZIONI ISOTERME $T = k$ IMPLICA

$pV = k$

↳ INVERSAMENTE PROPORZIONALI

MODULO DI COMPRIMIBILITÀ ISOTERMA O MODULO DI ELASTICITÀ DI VOLUME, DEFINITO COME

$$\boxed{E = -\frac{\Delta p}{\Delta V / V} = -\frac{dp}{dV / V}}$$

IN TERMINI INFINITESIMI $[Pa]$ $\left[\frac{N}{m^2}\right]$

"−" = PERCHÈ p E V SONO DISCORDI, INVERSAMENTE PROP.

dp = VARIAZIONE DI PRESSIONE INFINITESIMA

dV/V = " DI VOLUME " PER UNITÀ DI VOLUME

COEFFICIENTE DI COMPRIMIBILITÀ O COMPRESSIBILITÀ:

INVERSO DI E:

$$\boxed{\beta = \frac{1}{E}}$$

DALLE FORMULE SI PUÒ NOTARE CHE, SE $\uparrow \Delta p$, $\uparrow E$ E ΔV VARIA POCHISSIMO, E $\beta \downarrow$.

- LIQUIDI = IPOTESI COME INCOMPRIMIBILI !!

POICHÈ I LIQUIDI HANNO GRANDE E DATO DA PICCOLI Δp, E DA ΔV PRATICAMENTE TRASCURABILI

COEFFICIENTE DI DILATAZIONE DI VOLUME:

$$\boxed{\alpha_V = \frac{\Delta V / V}{\Delta T}}$$

I LIQUIDI, SE $\uparrow \Delta T$, TENDONO A DILATARSI: $\uparrow \Delta V$ AD ECCEZIONE DELL' H_2O

- GAS = COMPRIMIBILI FACILMENTE

E È INDETERMINATO, SE NON SI SPECIFICA L'EQ. DI STATO

ESEMPIO: CONDIZIONE ISOTERMA
LEGGE DI BOYLE

$$pV = K \xrightarrow[\text{DIFFERENZIO}]{} dpV + Vdp = 0 \xrightarrow[\text{SEPARO}]{}$$

$$p\,dV = -V\,dp$$

$$\frac{dV}{V} = -\frac{dp}{p}$$

$$p = -\frac{dp}{dV/V} \quad \rightsquigarrow \quad \boxed{p = E}$$

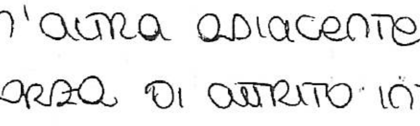
Il modulo di comprimibilità isoterma x un gas è pari alla pressione stessa, x cui i gas risultano comprimibili facilmente.

Le differenze tra liquidi e gas delle proprietà elencate sono dovute alla diversa forza dei legami tra atomi e molecole nella fase liquida ed in quella gassosa → ∃ cioè differenze nell'arrangiamento molecolare tra liquidi e gas → ma si possono trattare in modo unificato le loro proprietà meccaniche! (x questo noi parliamo di fluidi)

SCORRIMENTO

La caratteristica principale dei fluidi è la possibilità di scorrimento di una qualsiasi parte di fluido rispetto ad un'altra adiacente! A questo scorrimento si oppone una forza di attrito interno, ma il fluido NON PUÒ RESISTERE ALLO SCORRIMENTO! (non ∃ una forza di attrito statico che lo blocca)

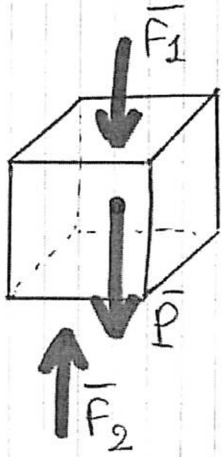
C'è equilibrio solo quando viene applicata una forza esterna → se un fluido è in quiete, le forze tra gli elementi di fluido devono essere ⊥ alla superficie di separazione, altrimenti i vari elementi inizierebbero a scorrere l'uno rispetto all'altro, abbandonando lo stato di quiete!



FORZE DI SUPERFICIE E DI VOLUME

PER I FLUIDI, NON SI PUÒ PARLARE DI FORZA APPLICATA IN UN PUNTO: PER CIASCUN ELEMENTO DI MASSA dm SI CONSIDERANO:
- FORZE DI VOLUME (PESO)
- FORZE DI SUPERFICIE (PRESSIONI)

DATO UN VOLUMETTO DI FLUIDO:

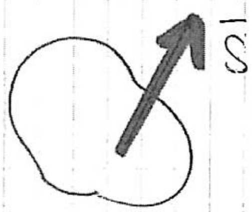


- massa dm, volume dV
- $\overline{P}$ = FORZA PESO (DI VOLUME) BILANCIATA DA $\overline{F_1}$ E $\overline{F_2}$, XKÈ L'ELEMENTO È IN QUIETE
- $\overline{F_1}, \overline{F_2}$ = FORZE DI SUPERFICIE

(X QUANTO RIGUARDA LA VERTICALE!)

$\overline{F} = \overline{F_1} + \overline{F_2} = \overline{P}$ SI BILANCIANO, XKÈ IN QUIETE!

PRESSIONE

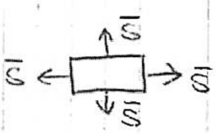


LA FORZA CHE IL FLUIDO ESERCITA SULL'ELEMENTO DI SUPERFICIE $\overline{S}$ È

$$\overline{F} = p\,\overline{S}$$

$|\overline{S}|$ = AREA

$\overline{S}$ = VETTORE ⊥ ALLA SUPERFICIE



$\overline{F}, \overline{S}$ = STESSA DIREZIONE

PER CUI

$$\boxed{p = \frac{F}{S}}$$

LA PRESSIONE È IL RAPPORTO TRA LA FORZA CHE AGISCE SULLA SUPERFICIE E LA SUPERFICIE STESSA (AREA)

$p = \dfrac{dF}{dS}$ IN TERMINI INFINITESIMI

LA PRESSIONE:
- È UNO SCALARE!
- NON HA CARATTERISTICHE DIREZIONALI
  NON DIPENDE DALL'ORIENTAZIONE DELLA SUPERFICIE SU CUI È MISURATA
- VALE X SUPERFICI IN QUALSIASI ORIENTAZIONE

UNITÀ DI MISURA:

$[Pa]$ $\left[\frac{N}{m^2}\right]$ $\left[\frac{dyn}{cm^2} = 0,1\ Pa\right]$

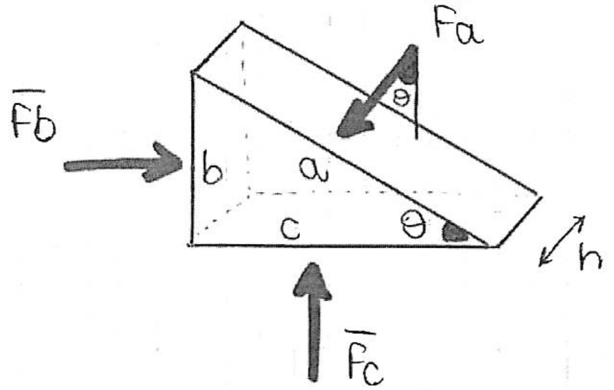
$[bar = 10^5\ Pa]$

$[p_{atm} = 1,01325 \cdot 10^5\ Pa = 1,01325\ bar]$

$[mmHg = Torr = 133,22\ Pa]$

NON DIREZIONALITÀ DELLA PRESSIONE

DIMO PRISMA DI FLUIDO, SEPARATO DAL RESTO DA UNA SUPERFICIE INDEFORMABILE



PRISMA IN QUIETE SOTTO LE FORZE DI PRESSIONE, ⊥ ALLA SUPERFICIE SU CUI AGISCONO E COSTANTI!

ABBIAMO, *DA $F = pS$:

$F_a = p_a S_a = p_a a h$

$F_b = p_b b h$

$F_c = p_c c h$

*DALLA TRIGONOMETRIA:

$\begin{pmatrix} F_b = F_a \sin\theta \\ F_c = F_a \cos\theta \end{pmatrix}$

$c = a\cos\theta$

$b = a\sin\theta$

EQUILIBRIO DELLE FORZE

$$\begin{matrix} \uparrow \\ \rightarrow \end{matrix}\begin{cases} F_c = F_a \cos\theta \\ F_b = F_a \sin\theta \end{cases} \qquad \begin{cases} p_c\, ch = p_a\, ah \cos\theta \\ p_b\, bh = p_a\, ah \sin\theta \end{cases}$$

$$\begin{cases} p_c\, (a\cancel{\cos\theta})\cancel{h} = p_a\, a\cancel{h}\cancel{\cos\theta} \\ p_b\, (a\cancel{\sin\theta})\cancel{h} = p_a\, a\cancel{h}\cancel{\sin\theta} \end{cases}$$

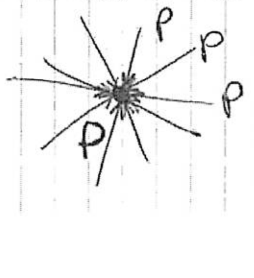
$$\rightarrow \boxed{p_c = p_a = p_b}$$ LE 3 PRESSIONI SONO UGUALI

INDIPENDENTEMENTE DALLE AREE, DALL'ANGOLO E DALL'ORIENTAZIONE DELLE SUPERFICI

SI PUÒ QUINDI PARLARE DI PRESSIONE SUL GENERICO PUNTO P SENZA SPECIFICARE LA SUPERFICIE SU CUI AGISCE!

→ IL RAGIONAMENTO PUO' ESSERE RIPETUTO x QUALSIASI ORIENTAZIONE DEL PRISMA E SI CONCLUDE, PASSANDO AL LIMITE E RIDUCENDO IL PRISMA AD UN PUNTO, CHE LA PRESSIONE IN UN PUNTO DI UN FLUIDO E' UNA QUANTITA' SCALARE, IL CUI VALORE PUO' DIPENDERE DALLA POSIZIONE DEL PUNTO MA NON DALLA SUA DIREZIONE!

I FLUIDI SONO STATI INFATTI DEFINITI COME QUEI MEZZI CHE IN EQUILIBRIO POSSONO SOPPORTARE SOLO SFORZI NORMALI ALLE RISPETTIVE SUPERFICI → IN EQUILIBRIO, LA PRESSIONE SU TUTTI GLI ELEMENTI DI SUPERFICIE CHE PASSANO PER UNO STESSO PUNTO P E' LA STESSA x OGNI ORIENTAZIONE



SE IL PRISMA $\lim_{a,b,c,h \to 0}$ ABBIAMO IL PUNTO P

(NB) NELLE EQUAZIONI DI EQUILIBRIO, NON SI È TENUTO CONTO DI EVENTUALI FORZE DI VOLUME AGENTI SUL PRISMA, IN QUANTO AL PASSAGGIO AL LIMITE ESSE SCOMPAIONO

EQ↑ $F_C = F_a \cos\theta + \rho g\, dV$

$F_C = F_a \cos\theta + \rho g \frac{1}{2} bch \rightarrow 0$

LE FORZE DI VOLUME SI POSSONO TRASCURARE

$dV = \theta\, dS$ IL VOLUME TENDE A ZERO PIÙ VELOCEMENTE DELL'AREA (È UN INFINITESIMO DI ORDINE SUPERIORE A dS)

EQUILIBRIO STATICO di UN FLUIDO

= IN UN FLUIDO IN QUIETE TUTTI GLI ELEMENTI HANNO ACCELERAZIONE E VELOCITÀ NULLE, IN UN SISTEMA DI RIFERIMENTO INERZIALE, X CUI LE FORZE AGENTI DEVONO AVERE RISULTANTE = 0

IN UN ELEMENTO DI FLUIDO AGISCONO 2 FORZE:

- F_p DI PRESSIONE (DI SUPERFICIE)
- F_V DI VOLUME

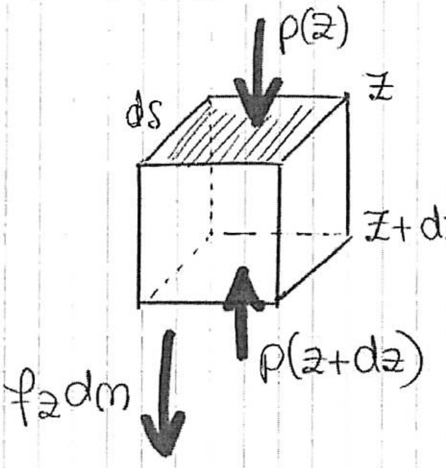
PER CUI <u>L'EQUILIBRIO STATICO DEVE ESSERE</u> $F_p + F_V = 0$

CIOÈ È NULLA LA SOMMA DELLE COMPONENTI LUNGO QUALSIASI ASSE.

SOLITAMENTE FACCIAMO I 2 EQUILIBRI ↑ VERTI. E → ORIZZ.

|| LA PRESSIONE <u>NON</u> CAMBIA CON LA DIREZIONE, MA CON IL PUNTO DI APPLICAZIONE, CIOÈ CON LA POSIZIONE!

VOGLIAMO SAPERE COME CAMBIA LA p CON LA POSIZIONE!



ELEMENTO DI FLUIDO CUBICO, DI VOLUME FINITO

$\downarrow$ ASSE z

SONO CONSIDERATE ANCHE LE FORZE DI VOLUME

$$F_V = f_z\,dm = f_z \rho\, dV$$

f_z = COMPONENTE LUNGO L'ASSE z DELLA FORZA $\times$ UNITÀ DI MASSA

dz, dS, dV = ALTEZZA, AREA, VOLUME

$$F_S + F_V = 0$$

EQ $\uparrow$ $\quad p(z)\,dS + f_z\,dm = p(z+dz)\,dS$

$$p(z)\,dS - p(z+dz)\,dS + f_z \rho\, dV = 0$$

$$dS\left[p(z) - p(z+dz)\right] + f_z \rho\, dV = 0$$

SVILUPPO DI TAYLOR AL 1° ORDINE

$$dS\left[\cancel{p(z)} - \cancel{p(z)} - \frac{\partial p}{\partial z}dz\right] + f_z \rho\, dV = 0$$

$$f_z \rho\, dV - \frac{\partial p}{\partial z}dz\,dS = 0 \qquad dz\,dS = dV$$

$$f_z \rho\, \cancel{dV} - \frac{\partial p}{\partial z}\cancel{dV} = 0$$

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial z} = f_z \rho}$$

COMPONENTE DELLA GENERICA FORZA DI VOLUME LUNGO z

LO STESSO $\times$ GLI ASSI x e y:

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial x} = f_x \rho}$$

$$\boxed{\frac{\partial p}{\partial y} = f_y \rho}$$

<u>LE 3 RELAZIONI FORMANO LA CONDIZIONE DI EQUILIBRIO STATICO DI UN ELEMENTO DI FLUIDO!</u>

RICORDIAMO

LE FORZE DI SUPERFICIE SI EQUILIBRANO CON QUELLE DI VOLUME

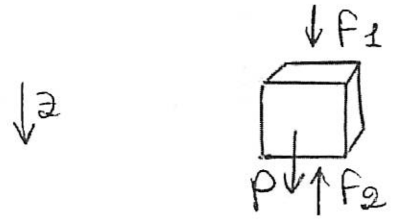
Le 3 relazioni si riassumono in

$$\boxed{\bar{\nabla} p = \text{grad}\, p = \rho \bar{f}}$$

→ Se in un fluido in quiete agisce una forza di volume, la pressione nel fluido non può essere costante, ma varia secondo l'equazione (1).

→ La forza di volume tende a spostare l'elemento di fluido, determinando una reazione del fluido che si manifesta con una variazione di pressione

→ La pressione aumenterà quindi lungo il verso positivo della direzione della forza, così che la risultante delle forze di pressione è opposta alla forza di volume



$F_1 + F_2 = P$

per cui $F_2 > F_1$, infatti aumentano ↓

x motivi energetici, se la forza di volume agente sul fluido è conservativa, possiamo scrivere, dividendo x la massa

$$\bar{f} = -\bar{\nabla} E_{p,m}$$

$\nabla E_{p,m}$ = gradiente di energia potenziale x unità di massa

In condizioni di equilibrio statico, quindi:

$$\bar{\nabla} p = \rho \bar{f} = -\rho \bar{\nabla} E_{p,m}$$

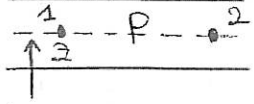
Il gradiente di pressione ha:

- stessa direzione
- verso opposto

} del gradiente di energia potenziale (se $\uparrow \Delta E$, allora $\downarrow \Delta p$)

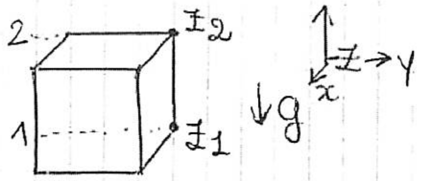
= <u>Le superfici equipotenziali coincidono con le superfici isobariche!</u>

ex: in un condotto orizzontale lungo la linea non varia z, quindi nemmeno p → $p_1 = p_2$...



Superfici a stessa altezza possiedono la stessa pressione

APPLICANDO I RISULTATI GENERALI AL CASO DELLA FORZA PESO



$$\left.\begin{aligned} f_x &= 0 \\ f_y &= 0 \\ f_z &= -g \end{aligned}\right\}$$ FORZE DI VOLUME PRESENTI

APPLICHIAMO L'EQUILIBRIO $\overline{\nabla p} = \rho \bar{f}$

X CUI: $\dfrac{dp}{dz} = \rho f_z = -\rho g \leadsto dp = -\rho g\, dz$

INTEGRO $\displaystyle\int_1^2 dp = -\int_1^2 \rho g\, dz$

SE LA $\rho = K$, COSTANZA DELLA DENSITÀ

$$p_2 - p_1 = -\rho g (z_2 - z_1)$$

$$\underbrace{\Delta p = -\rho g \underbrace{\Delta z}_{>0}}_{\substack{\Delta p < 0 \\ p_2 < p_1}}$$

LEGGE di STEVINO

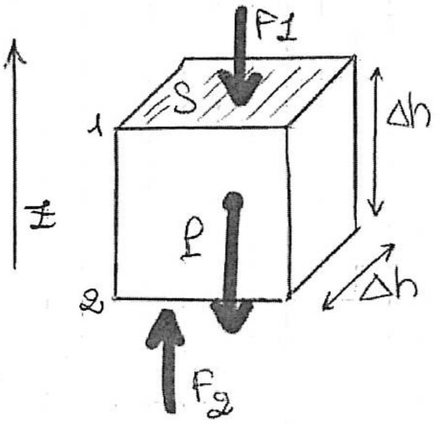
<u>1° PRINCIPIO IDROSTATICO</u>

= IN UN FLUIDO PESANTE (CIOÈ SOGGETTO A FORZE DI SUPERFICIE F_p E DI VOLUME F_v) LA DIFFERENZA DI PRESSIONE TRA 2 PUNTI DEL FLUIDO È DIRETTAMENTE PROPORZIONALE ALLA DIFFERENZA DI QUOTA TRA I 2 PUNTI (DISLIVELLO)

→ LA PRESSIONE CRESCE LINEARMENTE CON LA PROFONDITÀ IN UN LIQUIDO CON DENSITÀ COSTANTE

DIMO

volume elementare di fluido: cubetto di lato Δh, pesante!



Δh considerato in termini assoluti

$S = (\Delta h)^2$, $F_1 = p_1 S$

$V = (\Delta h)^3$, $F_2 = p_2 S$

$P = \rho g V = mg$

EQ. ↑ $\bar{F_2} = \bar{F_1} + \bar{P}$

$$p_2 S = p_1 S + \rho g V$$

$$p_2 S = p_1 S + \rho g \Delta h S$$

$$p_2 = p_1 + \rho g \Delta h$$

$$\Delta p = g \rho \Delta h \longrightarrow \Delta p \propto \Delta h, \rho$$

<u>la pressione varia proporzionalmente con la densità e la variazione di quota</u>

se considero l'asse z ↑

$p_2 = p_1 - \rho g (z)$ < la pressione cresce andando verso l'alto, mentre la forza peso no (z variabile)

se considero l'asse z ↓

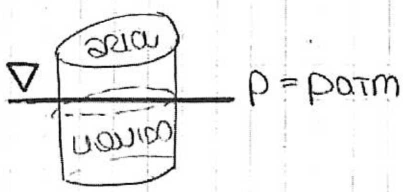
$p_2 = p_1 + \rho g (z)$ — pressione e forza peso hanno verso concorde

PRINCIPIO dei VASI COMUNICANTI

PER 2 PUNTI che si trovano sullo stesso piano quindi, le pressioni sono uguali!

La p_{atm} è definita come la pressione all'interfaccia liquido/aria (= pelo libero)!

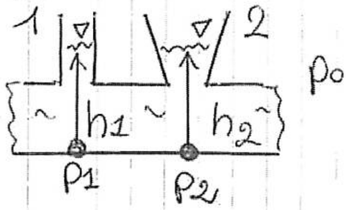
Si può dire anche che tutti i peli liberi sono a p_{atm} → x cui x la legge di Stevino sono tutti alla stessa altezza (z)



→ conseguenza della legge di Stevino è che in un sistema di vasi comunicanti, il fluido contenuto raggiunge la stessa quota indipendentemente dalla forma dei recipienti, ovvero le superfici libere appartengono tutte allo stesso piano equipotenziale!

(succede anche se il liquido si trova in recipienti di forma molto diversa, basta che siano collegati tra loro)

DIMO per assurdo



Ipotizziamo un dislivello $h_d = h_2 - h_1$

$h_2 = h_1 + h_d$, $p_0 = p_{atm}$

applichiamo Stevino:

$$p_1 = p_0 + \rho g h_1$$

$$p_2 = p_0 + \rho g h_2$$

$$p_2 = p_0 + \rho g (h_1 + h_d)$$

$$p_2 = p_0 + \rho g h_1 + \rho g h_d$$

$$p_2 = p_1 + \rho g h_d$$

p_1 e p_2 sono le pressioni considerate sul fondo

$$p_2 - p_1 = \rho g h_d$$

$$\Delta p = \rho g h_d$$

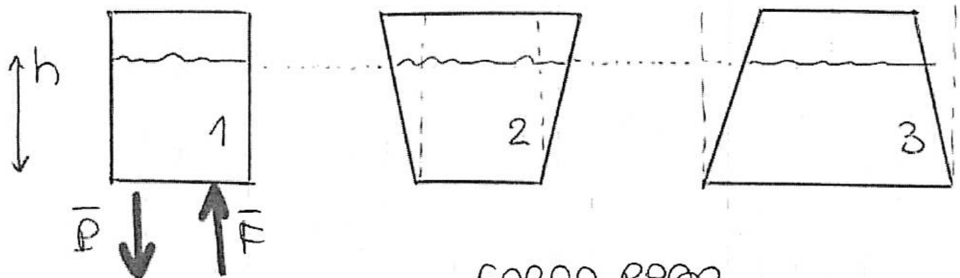
ma x la legge di Stevino se $p_1 = p_2$ (= p_{atm}) → $h_d = 0$, cioè sono alla stessa quota! non ∃ una differenza di quota tra h_1 e h_2 → $h_1 = h_2$

PARADOSSO IDROSTATICO

CONSEGUENZA DELLA LEGGE DI STEVINO E DEI VASI COMUNICANTI:
LA PRESSIONE DIPENDE SOLO DALLA PROFONDITÀ ALLA QUALE ESSA VIENE MISURATA E NON DALLA FORMA DEL RECIPIENTE CHE CONTIENE IL FLUIDO.

(IN TUBI STRETTI MA SUFFICIENTEMENTE ALTI È POSSIBILE PRODURRE PRESSIONI NOTEVOLI ANCHE CON UNA PICCOLA QUANTITÀ DI LIQUIDO SE L'ALTEZZA DELLA COLONNA LIQUIDA È MOLTO ELEVATA)

SI CONSIDERANO 3 CONTENITORI, DI FORMA DIVERSA, UGUAL BASE, RIEMPITI CON LO STESSO LIQUIDO, FINO ALL'ALTEZZA h.



NEI 3 CONTENITORI VARIA IL PESO MA NON LA PRESSIONE (= h) PERCHÉ?

SU DI ESSI AGISCONO < FORZA PESO / FORZA DI PRESSIONE SUL FONDO

LA PRESSIONE SUL FONDO DI OGNI RECIPIENTE, DOVUTA AL PESO DEL LIQUIDO, SECONDO LA LEGGE DI STEVINO, ASSUME LO STESSO VALORE NEI 3 VASI.

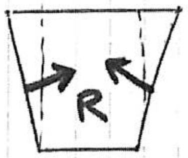
X C'ERA ↑ $\bar{P} = \bar{F}$ ⟶ PARADOSSO!

$$mg = pA$$
$$\rho V g = pA$$
$$\rho g A h = pA$$
$$p = \rho g h$$

- LA FORZA SUL FONDO È = AL PESO DEL VOLUME, CHE X Ò È DIVERSO X I 3 CONTENITORI!
- LA PRESSIONE SUL FONDO È LA STESSA, NONOSTANTE PESI ≠, IN CONSEGUENZA A VOLUMI ≠!

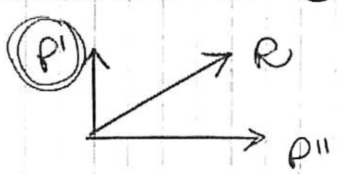
IL PARADOSSO IDROSTATICO CONSISTE IN QUESTO: <u>PUR ESSENDO IL PESO DEL LIQUIDO CONTENUTO NEI VARI RECIPIENTI DIVERSO A SECONDA DEI CASI, LA FORZA ESERCITATA SUL FONDO, IN QUESTE CONDIZIONI, È = X TUTTE 3 I RECIPIENTI E PARI AL PESO DEL LIQUIDO CONTENUTO NELL'①</u>

VASO ②



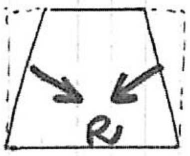
PESO DEL LIQUIDO > DI ①!
IL PARADOSSO SI SPIEGA XK LA PORZIONE DEL PESO IN PIÙ È SOPPORTATA DALLE PARETI LATERALI CHE CREANO UNA FORZA DI REAZIONE $\bar{R}$ CHE RIPORTA L'EQUILIBRIO X AVERE LA FORZA PESO = A QUELLA DI ①

$\bar{R}$ SI SCINDE IN



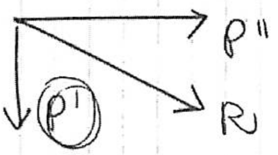
P' SOSTIENE IL PESO IN PIÙ

VASO ③



PESO DEL LIQUIDO < ①
STAVOLTA LA FORZA DI REAZIONE DELLE PARETI È ESERCITATA VERSO IL BASSO E SI SOMMA AL PESO DEL FLUIDO X EQUILIBRARLO

$\bar{R}$ SI SCINDE IN



P' AUMENTA IL PESO

ECCO PERCHÉ LA PRESSIONE AL FONDO DEI 3 CONTENITORI È =.

APPLICAZIONI DELLA LEGGE DI STEVINO:

- ACQUEDOTTI: SEMPRE POSIZIONATI IN PUNTI SUFFICIENTEMENTE ALTI X DISTRIBUIRE L'ACQUA ALLE CASE GRAZIE ALLA DIFFERENZA DI QUOTA

PRINCIPIO di PASCAL

2° PRINCIPIO IDROSTATICO

= QUALSIASI VARIAZIONE DI PRESSIONE ESTERNA SI TRASMETTE UNIFORMEMENTE A TUTTI I PUNTI DEL FLUIDO

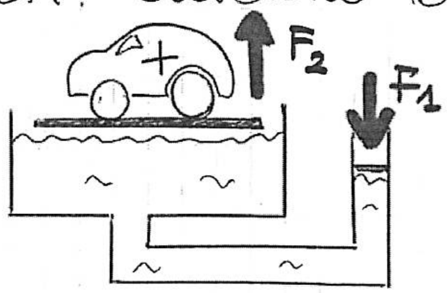
DIMO SEMPLICE COROLLARIO DI STEVINO ✗

SE IN OGNI PUNTO VALE $p = p_0 + \Delta p$, SI VEDE CHE AD OGNI VARIAZIONE DI p_0, IL CAMBIAMENTO SI TRASMETTE UNIFORMEMENTE A TUTTI I PUNTI DEL FLUIDO.

p_0 = PRESS. ESTERNA

in un piccolo volume di gas, Δp è $\ll p_0$, x cui la pressione nel gas è dunque costante e pari al valore di pressione esterna di cui segue le eventuali variazioni.

EX: elevatore idraulico - moltiplicatore di forza



applicando F1 produco F2:
le pressioni sono uguali x Pascal

$$p_1 = p_2 \rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

$$\rightarrow F_2 = \frac{S_2}{S_1} F_1$$

essendo $S_2 \gg S_1 \rightarrow F_2 \gg F_1$

si riesce ad amplificare la forza applicata, ma il guadagno non è gratis, perché il volume di liquido è costante e si perde in spostamento.

applicazioni di Stevino e Pascal:

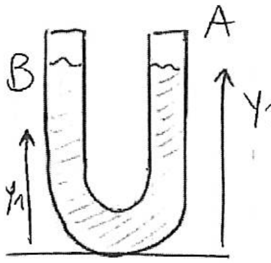
MANOMETRO A U

<u>dispositivo x misurare le pressioni</u> e le densità

tubo a forma di U riempito di liquido.

- se le pressioni agenti sulle superfici libere sono le stesse, i peli liberi sono sullo stesso livello x il principio dei vasi comunicanti
- se i 2 rami comunicano con ambienti a ≠ pressioni (ex: $p_1 > p_2$) si produce un dislivello tra le 2 superfici libere dato dalla legge di Stevino.

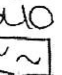
da $h = y_2 - y_1$ si ottiene la p di un ambiente rispetto, ad esempio, a quella atmosferica



$$p_B + \rho g y_1 = p_A + \rho g y_2$$

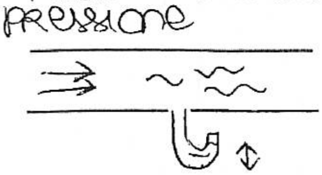
$$p_B - p_A = \rho g (y_2 - y_1)$$

collego il manometro ad un ambiente di cui voglio conoscere p

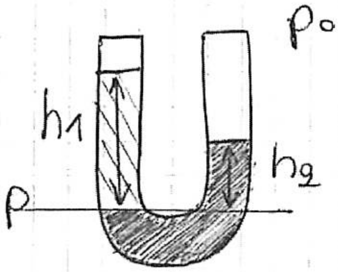


$\Delta p = \rho g h_m$

manometro differenziale in un punto del condotto x conoscere la pressione



• SE IL TUBO CONTIENE 2 LIQUIDI DIVERSI NON MISCIBILI, DI DENSITÀ ≠, $\rho_1 < \rho_2$, E LE SUPERFICI LIBERE SONO A CONTATTO CON LO STESSO AMBIENTE A p_0
→ SI PRODUCE UN DISLIVELLO:
SE p = PRESSIONE SULLA SUPERFICIE DI SEPARAZIONE DEI 2 LIQUIDI



$p = p_0 + \rho_1 g h_1$

$p = p_0 + \rho_2 g h_2$

$p = p \rightarrow \cancel{p_0} + \rho_1 \cancel{g} h_1 = \cancel{p_0} + \rho_2 \cancel{g} h_2$

$\rho_1 h_1 = \rho_2 h_2 \rightarrow \boxed{\dfrac{\rho_1}{\rho_2} = \dfrac{h_2}{h_1}}$

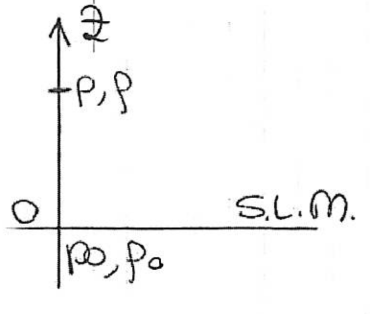
<u>2 LIQUIDI NON MISCIBILI RAGGIUNGONO ALTEZZE INVERSAMENTE PROPORZIONALI ALLA LORO DENSITÀ ρ</u>! <u>UTILE x DETERMINARE LA DENSITÀ DI UN FLUIDO</u>!

PRESSIONE ATMOSFERICA

LA p_{atm} È ORIGINATA DALL'ATTRAZIONE GRAVITAZIONALE DA PARTE DELLA TERRA SULLA MASSA DI GAS CHE LA CIRCONDA. SI RAGGIUNGE UN EQUILIBRIO STATICO CHE DETERMINA UNA <u>COMPRESSIONE</u> CONTRO LA SUPERFICIE DELLA TERRA. <u>LA p_{atm} DIMINUISCE CON L'ALTEZZA</u>, XK È MINORE IL PESO DELLA COLONNA D'ARIA SOVRASTANTE, MA <u>LA DECRESCITA NON È LINEARE CON L'h</u>, <u>XK LA DENSITÀ DELL'ARIA NON È COSTANTE</u>.

ASSUMENDO L'ATMOSFERA ISOTERMA $T = k$,
VALE LA LEGGE DI BOYLE $pV = k$, $p\dfrac{m}{\rho} = k$
TOLTA LA DIPENDENZA DALLA MASSA $\dfrac{p}{\rho} = k$

$\frac{p}{\rho} = k \rightarrow$ in queste condizioni la densità è proporzionale alla pressione



si considera asse z verticale verso l'alto con origine al livello del mare, dove ci sono p_0 e ρ_0

ad una generica quota z, si hanno p e ρ.

ma $\frac{p}{\rho} = k \rightarrow \frac{p_0}{\rho_0} = \frac{p}{\rho} \rightarrow \rho = \frac{p\rho_0}{p_0}$

applicando la legge di Stevino, che vale anche x i gas:

$dp = -\rho \, dz \, g$ in termini infinitesimi

$$dp = -\frac{p\rho_0}{p_0} g \, dz$$

$$\int_{p_0}^{p} \frac{dp}{p} = \int_{0}^{z} -\frac{\rho_0}{p_0} g \, dz$$

$$\ln p - \ln p_0 = -g \frac{\rho_0}{p_0} z$$

$$\ln \frac{p}{p_0} = -g \frac{\rho_0}{p_0} z$$

$$\frac{p}{p_0} = e^{-g \frac{\rho_0}{p_0} z} \longrightarrow \boxed{p = p_0 \, e^{-g \frac{\rho_0}{p_0} z}}$$

nell'atmosfera isoterma, la pressione decresce esponenzialmente con l'altezza:

se $\rho = k \rightarrow$ la Δp è lineare!

se $\rho(z) \rightarrow$ la Δp è esponenziale e dipende da ρ (gas)

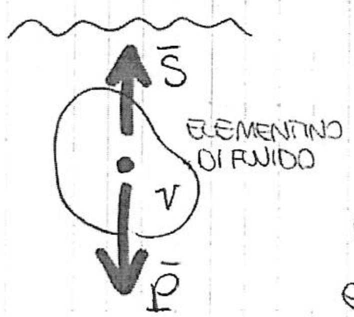
PRINCIPIO di ARCHIMEDE

3° PRINCIPIO DELL'IDROSTATICA

= UN CORPO IMMERSO IN UN FLUIDO RICEVE UNA SPINTA DAL BASSO VERSO L'ALTO PARI AL PESO DEL FLUIDO SPOSTATO

DIMO

IN UN FLUIDO IN EQUILIBRIO SOTTO L'AZIONE DELLA GRAVITÀ, SI ISOLA IDEALMENTE UN VOLUME FINITO DI FLUIDO V, DI FORMA QUALSIASI.



$\bar{S}$ = SPINTA, RISULTANTE DELLE FORZE F_1 e F_2 DI PRIMA

LA RISULTANTE DELLE FORZE DI PRESSIONE, ESERCITATE DAL RESTO DEL FLUIDO SULLA PARTE ISOLATA, È = ED OPPOSTA ALLA FORZA PESO DELLA STESSA

EQ.↑ $S = P = mg = \rho g V$ SI CONOSCE ESATTAMENTE QUANTO VALE S

ORA SI SOSTITUISCE L'ELEMENTO DI FLUIDO CON UN ALTRO CORPO CON VOLUME =, FORMA =, DENSITÀ ≠ :
LA SUA MASSA SARÀ $m' = \rho' V$ E ANCHE LA FORZA PESO SARÀ ≠, MENTRE RIMANE UGUALE LA RISULTANTE DELLE FORZE DI PRESSIONE ESERCITATA DAL FLUIDO SULLA SUPERFICIE

$$\left.\begin{array}{l} \text{FORMA} = \\ \rho' \neq \rho \\ P' \neq P \\ V' = V \end{array}\right\}$$

PERÒ $S' = S$ (X LA FORMA ED IL VOLUME =)