



Centro Stampa

**ATTENZIONE QUESTI APPUNTI SONO OPERA DI STUDENTI , NON SONO STATI VISIONATI
DAL DOCENTE. IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.**

N°1002

**MECCANICA APPLICATA
TEORIA TEMI ESAME**

DI BETTALE VALENTINA

MECCANICA APPLICATA

ai SISTEMI Biomedici

FERRARESI

carlo.ferraresi@polito.it

6CFU

ESERCITAZIONI

ALLAB 5x3h
in gruppi

Realizzati e
simulati modelli
matematici

matlab / simuli

+ RELAZIONE di ognuno

Da caricare prima dell'esame
è argomento d'esame

Dal 28 novembre 2014
Ven 11,30-14,30 - 17,30

ESAME:

SCRITTO

4 domande aperte

Rispondere in 1 pagina

1 domanda riguarda il laboratorio

MATERIALE:

slide di aula in aula

2 ottobre 2014

INTRODUZIONE DI ANATOMIA

MECCANICA

BRANCA DELLA FISICA
STUDIA L'EFFETTO DELLE FORZE APPLICATI
A CORPI

- SOLIDI
- FLUIDI (LQUIDI E GAS)
- VISCOELASTICI (CORPO UMANO)
 - SI DEFORMANO
 - HANNO ELASTICITÀ, MA
 - FRENATA DA COMPONENTI
 - VISCOSI

GLI EFFETTI CHE SI
PRODUCONO SUL CORPO
QUANDO SI APPLICA UNA FORZA
RIGUARDANO

RESISTENZA
STRUTTURALE
DEL CORPO
→ ROTTURA
→ DEF. PLASTICA

FUNZIONAMENTO
DEI SISTEMI
→ SPORTAMENTO
→ ASPETTO FUNZIONALE

SISTEMI POSSONO ESSERE

- Tecnologici (mecc. macchine)
- Biologici (biomecc.)

UN ORGANISMO BIOLOGICO È
COSTITUITO X LA MAGGIOR PARTE
DA ELEMENTI FLUIDI (60-75%)

MECCANICA BIOFLUIDA

Esempi:

- Biodinamica cardiaca (valvole)
- Mecc. valvole cardiache
- Emodinamica
- Mecc. sistema linfatico
- Mecc. cocleare e vestibolare

MECCANICA BIOSOLIDA

RIFERITA A CORPI

viscoelastici, non DEL TUTTO SOLIDI

Esempi:

- cinematica e dinamica di postura e movimento
- Analisi della deambulazione
- meccanica dei tessuti rigidi e viscoelastici
- meccanica delle superfici articolari (giunti)

APPLICAZIONI della BIOMECCANICA

- BIOMECC SPORT VS INFORTUNI
 - ^{riabilitazione} interazione con l'ambiente → urti
 - interazioni uomo-macchina
 - studio e sviluppo di ortesi - protesi
- Tesi
< interna
esterna

PRINCIPI DI ANATOMIA

convenzioni

1) Posizione anatomica di riferimento

- Posizione eretta
 - Palmi in avanti
 - Talloni uniti
 - Braccia distese
- ↓ serve a definire 2) e 3)

2) Piani anatomici

1. SAGITTALE
2. FRONTALE
3. TRASVERSALE

DIVIDONO IL CORPO IN 2 METÀ

OX ↓ EX
POST / ANT
SU / GIÙ

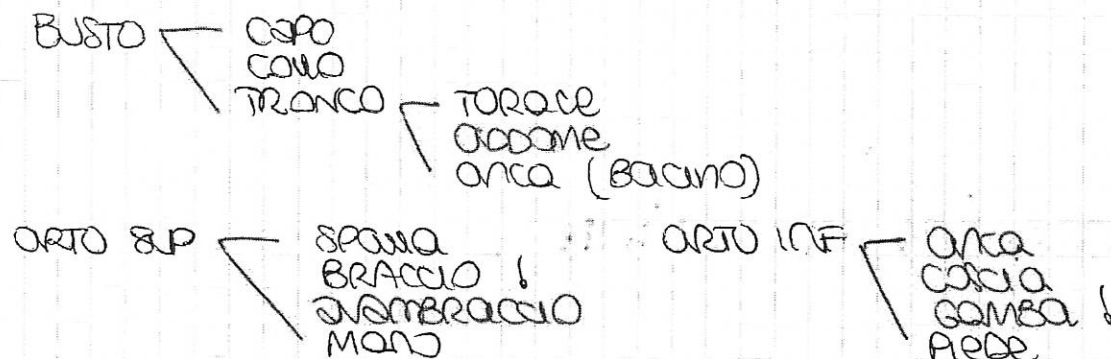
3) Assi di riferimento, ⊥ ai piani anatomici

- 1. asse longitudinale
 - 2. asse trasversale
 - 3. asse antero-posteriore
- (↑ tras)
(⊥ sag)
(⊥ front)

4) Parti anatomiche

1. BUSTO
2. ARTI SUPERIORI → (braccio)
3. ARTI INFERIORI

△ BRACCIO vs avambraccio (omero) (radio-ulna) △ GAMBA (tibia-perone)



CRANICO testa
CAUDALE natiche

PROSSIMALE o
DISTALE mano

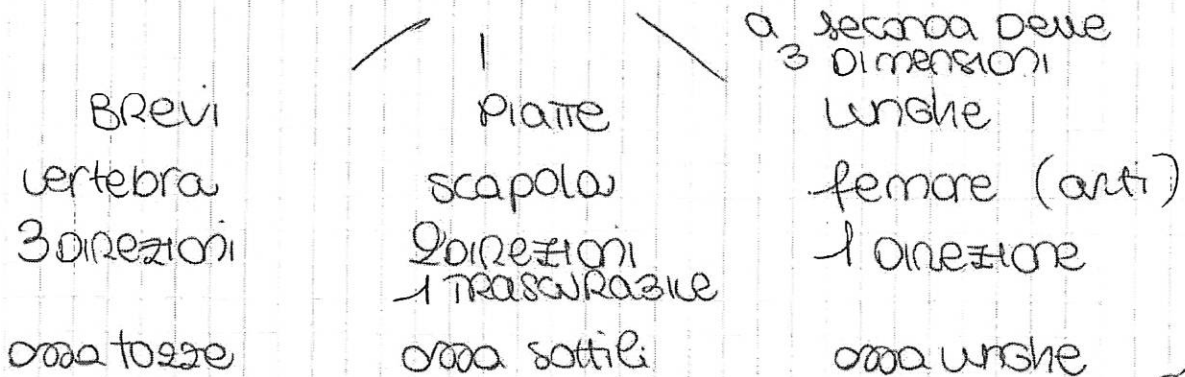
CENTRALE o
PERIFERICO mano
(sistema nervoso)
MEDIALE
LATERALE

DORSALE schiena
VENTRALE addome
PALMARE palmo mano
PLANTARE pianta piede

SISTEMA OSTEO-ARTICOLARE

= **SCHIELETRO** COSTITUITO DA OSSA =

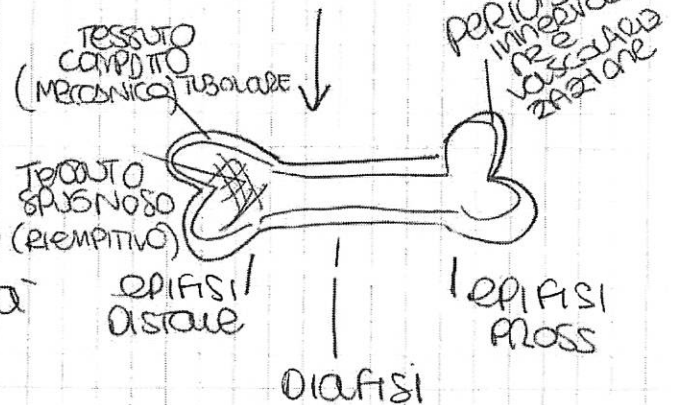
PARTI RIGIDE DEI VARI SEGMENTI CORPOREI



Le ossa, grazie alla
connessione col sistema
mussolare, funzionano da
leve consentendo la stabilità
ed il movimento

↓ 3 TIPI: 1°, 2°, 3° genere

Tutte presenti nel
corpo umano
(artalema, comoda, pinza)



ossa + ossa
↓
MUSCOLI
ARTICOLAZIONE
SOLO FORZE DI TRAZIONE

IL MOVIMENTO RELATIVO TRA SEGMENTI OSSEI ADIACENTI
DIPENDE DALLA FORMA DELLE SUP. ARTICOLARI E DAL MEZZO
DI CONNESSIONE.

ARTICOLAZIONI

CONNEGGONO LE OSSA

TRONCO

- CAPI
- OCCIPITO-ATLANTOIDEA (C1)
- ATLANTO-EPISTROFEO (C2)
- COLONNA VERTEBRALE e ARTICOLAZIONI INTER-VERTEBRALI
- VERTEBRO-COSTALI (ROTAZIONE X LA RESPIRAZIONE)
- COSTO-STERNALI

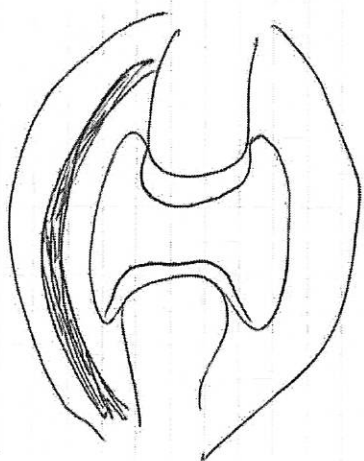
ART. SUP.

- SPALLA ^{complessa}
 - STERNO-CLAVICOLARE
 - ACROMIOM-CLAVICOLARE
 - SCAPULO-OMERALE
- GOMITO
 - OMERO-RADIO-ULNARE
 - PROXIMALE
- POLSO
 - RADIO-ULNARE DISTALE
 - RADIO-CARPICA
- MANO

ART. INF.

- ANCA
 - COXOFEMORALE
- GINOCCHIO
 - FEMORO-ROTULEO-TIBIALE
- CAVIGLIA
 - TIBIO-TARSI
- PIEDE

COME SONO FATTE : a seconda di TIPOLOGIA OSSA e FUNZIONE, le articolazioni sono diverse



• CAPSULA ARTICOLARE :

manicotto che avvolge l'articolazione di tessuto connettivo denso e duro

• LEGAMENTI Tessuti che non si rigenerano!!!

uniscono 2 ossa cioè 2 capi
ossai, essenziali x non
disarticolari
molto resistenti
dentro o fuori la capsula

• TENDINI

uniscoulo muscolo 1 capo
si rigenerano!!
continuità da tessuto muscolare

• CARTILAGINI ARTICOLARI

Rivestono le superfici articolari che si sfregano e potrebbero usurarsi
alcune volte c'è anche un disco cartilagineo
composto di materiale soffice, compressibile,
estensibile e deformabile

• MEMBRANA SINOVIALE

Produce il liquido sinoviale = olio lubrificante

→ ARTICOLAZIONI SINOVIALI (ginocchio)

la Patella Blocca l'estensione della Gamba
ad una certa posizione → ROTUA + TENDINEE
LEGA MENTO

fibula = perone

MOVIMENTI e G.D.L.

→ Sono permessi dalle articolazioni e dal loro tipo

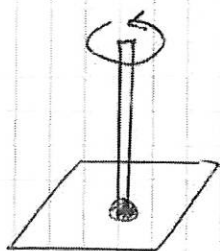
→ Soltamente ANGOLARI = Rotazione attorno a
1 o + assi di riferimento

- ROTAZIONE
- CIRCONDUZIONE
- PRONOSUPINAZIONE
- AB/ADDUZIONE (lontanam, avv.)
- FLESSIONE / ESTENSIONE

Δ una
POSIZIONE
DI RIFERIMENTO

IL PUNTO DI
CONTATTO E'
IL CENTRO
IDEALE
DELL'ARTICOLAZIONE

1) ROTAZIONE



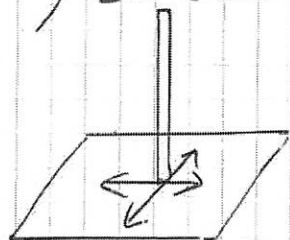
1 GdL = in quanti modi indipendenti
un corpo può muoversi
rispetto a un altro

PUNTO DI
CONTATTO
non varia

SEGMENTO
RUOTA SUL
PROPRIO ASSE

1 sola coordinata (ANGOLARE)
x definire in ogni istante
la posizione relativa tra
2 corpi

2) SCIVOLAMENTO



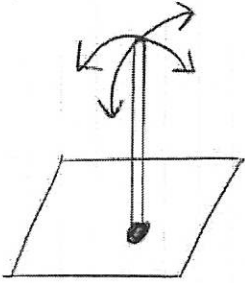
2 GdL (x,y) 2 movimenti indipendenti

IL PUNTO DI CONTATTO scorre sulla
SUPERFICIE CONIUGATA

(MANDIBOLA)

IL SEGMENTO TRASLA SOLTANTO e RESTA // alla
posizione iniziale

3) M. ANGOLARE

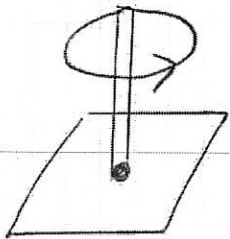


2 GdL Oscuolare $av/ind/DX/SX$

Punto di contatto non varia

Segmento ruota attorno ad un asse
passante x il punto di contatto

4) CIRCONDUZIONE



1 GdL angolo di inclinazione fisso

Punto di contatto non varia

asse descrive 1 cono, x l'estremità
percorre una linea chiusa

Segmento non ruota attorno al proprio asse

1) 2) 3) e 4) si possono combinare tra di loro

Tipi di ARTICOLAZIONI

1) SINARTROSI: collegamento tra 2 ossa che non consentono
movimenti relativi, esse sono immobili
(cranio)
no meccanica articolare

2) ANFIARTROSI: articolazioni semimobili da movimenti
flessi e limitati, anche fra 6 GdL
(vertebre)
cioè in tutti i sensi
→ viene interposto un disco cartilagineo

3) DIARTROSI: permettono ampi movimenti e sono
avvolte da un manicotto di tessuto
cavitario (capsula)
(ginocchio)
→ SINOVIALI

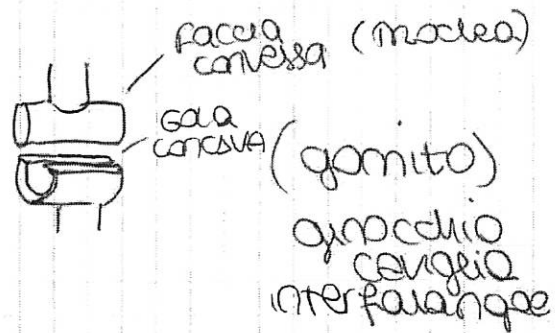


VARI TIPI

TIPi DI DIARTROSI

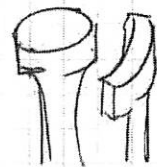
- 1) Trocleo-artrosi
cerniera piana
Trocleo = cuneo
1 GdL

Rotazione attorno ad
un'asse (medio-laterale
nel gomito)



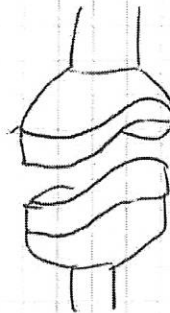
- 2) Trocoidee
= cerniera piana
prono-sup

1 GdL, rotazione attorno asse
cuneo osseo avvolto
da un anello fibroso



(gomito)
RADIO-ULNA
CARPULUM

- 3) a sella
2 concavità opposte
2 GdL scivolare
dx/sx, an/uno



(carpo-metacarpo)
↓
opposizione del pollice
e mano prensile
1 curvatura
concava e 1
convessa

2 movimenti angolari
indipendenti tra di loro (⊥)

flexo/estensione
ab/adduzione

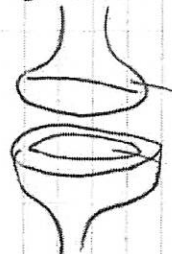
giunto cartilagineo

- 4) Condiolo-artrosi
superfici emisferiche
2 GdL lungo i 2 assi
maggiore e minore

no rotazione attorno
all'asse longitudinale

flex/ex - ab/addu
+ampia -ampia

articolazione
condiloidea



(polso: radio-carpo)
sporgenza
convessa
superficie
concava

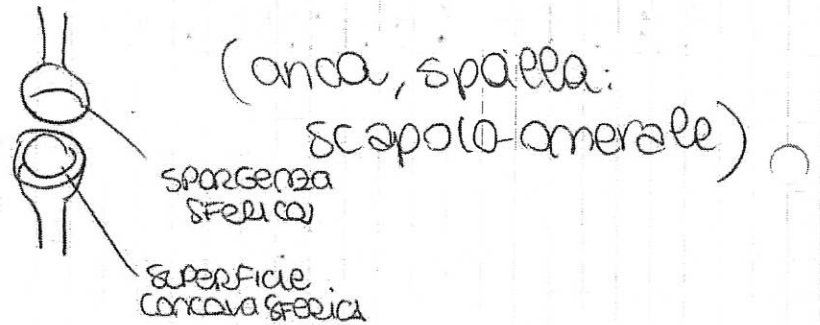
movimento angolare
giunto cartilagineo

5) ENARTROSI

3 GdL !!

Rotazione +
circondar

Giunto sferico



assi del movimento

ex: SPALLA (3 GdL)

1) asse TRASVERSO

passa x le 2 spalle

2) asse ANTEROPOSTERIORE

⊥ al Piano Frontale

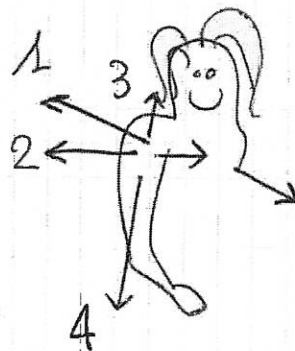
3) asse LONGITUDINALE

↓ SONDATI AL MONCO
TRONCO ALLA SPALLA / SCAPOLA

SONDATI AL BRACCIO (ARTO)

4) ↑ asse LONGITUDINALE DEL BRACCIO

allineato con il BRACCIO, dipende dalla sua posizione



in ogni
articolazione
si possono
effettuare
2 movimenti:

- Rotazione
attorno asse
- Traslazione
su un asse

GdL minori solo se
alcuni movimenti
sono bloccati

MOVIMENTI

• COSCIA

Flessione: ROTAZIONE ASSE TRASVERSO

Dipende dalla condizione:
Con ginocchio RIGIDO / FLESSO
90° 120°

ATTIVA / PASSIVA

↓ 120°

PRODOTTO DA
MUSCOLI CHE
CONTROLLANO
DIRETTAMENTE
IL MOVIMENTO

140° TIRO SU CON LA MANO

PRODOTTO
DA ALTRI
MUSCOLI
O DA FORZE
ESTERNE
(MANO)

} movimenti
+ ampi

ESTENSIONE: OPPOSTO A FLESSIONE

Dipende dalla condizione del ginocchio
RIGIDO 10° / FLESSO 20°

ATTIVA / PASSIVA
20° 30°

ABDUZIONE: ATTIVA / PASSIVA
45° 90°

MISURATA TRA PIANO
SAGITTALE E ASSE
LONGITUDINALE DI COSCIA

ADDUZIONE: $\ominus$ dipende dalla posizione dell'arto
X al non è definitiva un'escursione
angolare fissa

◀ CIRCUMDUZIONE: COMBINO ABDU E FLESSO

Rotazione: ROTAZ ASSE LONGITUDINALE DELLA COSCIA
- esterna (laterale) 30°
- interna (mediale) 60°

L'inviluppo delle
posizioni assunte
dall'osso è un
cono, il vertice
è occupato dall'
articolazione
prossimale

Rotazione asse LONGITUDINALE DELLA
GAMBA
- esterna 40°
- interna 30° → aumento punta

• GAMBA

FLESSO / EST, attivo o passivo, limitata da rotula e
LEGAMENTI

• PIEDE

FLESSO / EST
ORSO / PLANTARE

- Più movimenti semplici avvengono contemporaneamente nella stessa articolazione
- Più articolazioni prendono parte all'attuazione di un determinato movimento

→ tutti gli elementi di connessione partecipano al movimento articolare, che non dipende solo dalla forma delle superfici articolari

- MANDIBOLA

(abbassamento / innalzamento
 proiezione in avanti / indietro
 lateralità)

incisivi
 canini

macinare
 masticare
 pre e molar

- CAPO

Flex/est → atlante C1

inclinaz lat → C1-C7
 e colonna cervicale

movimenti che dipendono dalla mobilità della colonna cervicale

- COLONNA VERTEBRALE

flex ventrale +C -L
 flex dorsale +L -C

LORDOSI
 cervicale

cifosi
 toracica

LORDOSI
 lombare



- COSTE

si muovono rispetto alle ossa a cui sono collegate
 ANT-STERNO POST-VERTEBRE
 Durante la respirazione

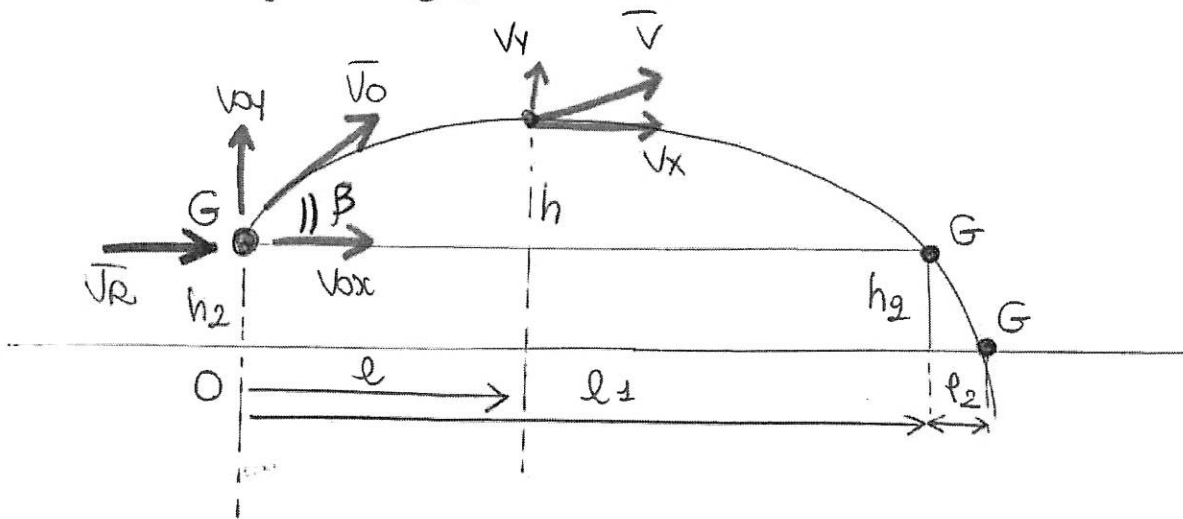
- STERNO

legato alle coste
 in avanti se coste ↑
 in basso se coste ↓

leggo slide...

MODELLI BIODINAMICI

① SALTO IN LUNGO



MODELLO FISICO :
 MODELLO PUNTIFORME : CORPO $\cong$ BARICENTRO saltatore
 MOTO BALISTICO : MOTO PARABOLICO
 PURAMENTE CINEMATICO : $\vec{V}_0$ definisce completamente la traiettoria

4 FASI: ① RICORSA : corsa x accumulare energia cinetica x arrivare a V_{max}

$$V_{max} = V_R \begin{cases} |\vec{V}| = \text{massimo} \\ \text{DIREZIONE} = \text{ORIZZ} \\ \text{VERSO} = \rightarrow \end{cases}$$

② BATTUTA : URTO
 TRASFORMAZIONE $V_R \rightarrow V_0$ $\begin{cases} |\vec{V}_0| < |\vec{V}_R| \\ \text{DIREZIONE} = \nearrow \\ \text{VERSO} = \nearrow \end{cases}$
 SI INIZIA IL MOTO BALISTICO

③ VOLO : TRAIETTORIA PURA PARABOLICA DEL MOTO BALISTICO
 (SI TRASCURANO FENOMENI SECONDARI)

④ ATTERRAGGIO : GRAZIE AL RANNICHIAMENTO SI OTTIENE L'EXTRACORSA l_2
 AUMENTI CAPACITÀ AB l_1 CHE CORRISPONDE ALL'ALTEZZA INIZIALE h_2

POSIZIONE $(0, h_2)$: $\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \beta \\ V_{0y} = V_0 \sin \beta \end{cases}$
 (BATTUTA)

POSIZIONE (l, h) : $\vec{V} \begin{cases} V_x \\ V_y \end{cases}$
 (VOLO)

MODELLO MATEMATICO

Si vuole calcolare la lunghezza teorica del salto, utilizzando le leggi del moto parabolico

$$V \begin{cases} V_x : \text{moto uniforme} \\ \quad \text{(no accelerazione)} \\ V_y : \text{moto uniformemente} \\ \quad \text{accelerato} \\ \quad \text{(soggetto ad accelerazione)} \\ \quad \text{costante } g \end{cases} \begin{cases} \text{leggi del moto} \\ V_x = V_{0x} = k \\ V_y = V_{0y} - gt \quad (g=k) \end{cases}$$

$$\text{Integro le} \begin{cases} \text{velocità rispetto} \\ \text{al tempo } x \text{ ottenere} \\ \text{gli spostamenti} \end{cases} \begin{cases} l = V_{0x} t \\ h = V_{0y} t - \frac{1}{2} g t^2 + h_2 \end{cases} \begin{cases} \text{leggi di posizione} \\ \text{si parte da } h_2!! \end{cases}$$

Ora impongo cosa voglio trovare a T

$$\begin{cases} L = l_1 + l_2 = V_{0x} T \\ 0 = V_{0y} T - \frac{1}{2} g T^2 + h_2 \end{cases}$$

Ricavo prima T e poi L

$$\begin{cases} -\frac{1}{2} g T^2 + V_{0y} T + h_2 = 0 \\ T^2 - \frac{2}{g} V_{0y} T - \frac{2}{g} h_2 = 0 \\ g T^2 - 2 V_{0y} T - 2 h_2 = 0 \end{cases} \begin{cases} T = \frac{V_{0y} \pm \sqrt{4 V_{0y}^2 + 8 h_2 g}}{2g} \\ T = \frac{V_{0y} \pm \sqrt{V_{0y}^2 + 2 h_2 g}}{g} \end{cases}$$

essendo $\sqrt{V_{0y}^2 + 2 h_2 g} > V_{0y}$, il segno "-" non è accettabile.

c'è un'unica soluzione $T = \frac{V_{0y}}{g} + \frac{\sqrt{V_{0y}^2 + 2 h_2 g}}{g}$

Sostituisco V_{0y}

$$T = \frac{V_0 \sin \beta}{g} + \frac{\sqrt{V_0^2 \sin^2 \beta + 2 h_2 g}}{g} = \frac{V_0 \sin \beta}{g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 h_2 g}{(V_0 \sin \beta)^2}} \right)$$

e sostituisco in L

$$L = V_{0x} T = V_0 \cos \beta \frac{V_0 \sin \beta}{g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 h_2 g}{(V_0 \sin \beta)^2}} \right)$$

$$L = V_0^2 \frac{\sin(2\beta)}{2g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2 h_2 g}{(V_0 \sin \beta)^2}} \right)$$

♥ X AVERE L_{max} allora:

- V_0 deve essere max
- h_2 deve essere max

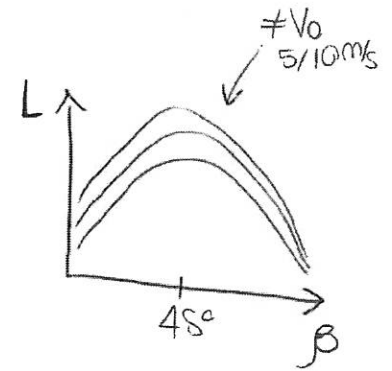
- $\beta = ? \rightarrow$ TRASCURANDO h_2 , CERCO $\frac{dL}{d\beta} = 0$

$$L = \frac{V_0^2 \sin 2\beta}{2g} (1+1) = V_0^2 \sin(2\beta) \frac{1}{g}$$

$$\frac{dL}{d\beta} = \frac{V_0^2}{g} 2 \cos 2\beta$$

$$\frac{dL}{d\beta} = 0 \Leftrightarrow \cos 2\beta = \pm 90^\circ, \beta = 45^\circ$$

angolo di
stacco o di
decollo ottimale



- DARE PROVE SPERIMENTALI SI OTTENE INVECE

$$18^\circ < \beta_{opt} < 25^\circ$$

GIUSTIFICATO DAL FATTO CHE LA CONVERGENZA SUL PIANO BAUSTICO DEVE ESSERE CONIUGATA CON IL RENDIMENTO ENERGETICO DELLA BATTUTA E CON IL CONTINUAO DELL'ARRETO ALL'ATTELLAMENTO

♥ $|V_0| < |V_R|$ X DURANTE LA BATTUTA SI VERIFICA UNA PERDITA DI ENERGIA CINETICA, DAVANTI ALLO SCAMBIO DI ENERGIA TRA GLI ARTI E L'AMBIENTE ESTERNO

- CONTRAZIONE ECCENTRICA X FRENARE (CONTRAZIONE DI ENERGIA DAI MUSCOLI)
- SUCCESSIVA CONTRAZIONE CONCENTRICA X SPICCIARE IL SALTO DURANTE LO STACCO (DA ENERGIA A MOVIMENTO!)
MA C'E' UNA RESTITUZIONE SOLO PARZIALE DELL'ENERGIA CHE DIPENDE DALL'AVVIAMENTO E DALLA PRESTANZA MUSCOLARE DELL'ATLETA

$$E_{CR} = \frac{1}{2} m V_R^2 > \frac{1}{2} m V_0^2 = E_{CO}$$

♥ V_0 DIPENDE ANCHE DA β , SI NOTA DA GRAFICI SPERIMENTALI

se $\beta \rightarrow \beta_{opt}$: RENDIMENTO ENERGETICO BASSO!

se $\beta < \beta_{opt}$: RENDIMENTO E VELOCITA' MAGGIORI! } compromesso
(20-30°)

♥ ANCHE L'ALZAMENTO DEL BARICENTRO ALL'ATTELLAMENTO DIPENDE DA β (10-20°)

BISOGNA TENERE CONTO DELLE OSSERVAZIONI SPERIMENTALI X VALUTARE IL PROPRIO MODELLO FISICO SCRITTO ED EFFETTUARE LE OPPORTUNE CORREZIONI!



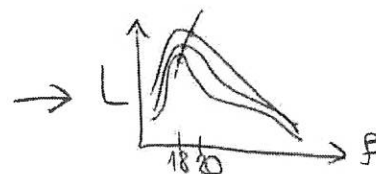
COEFFICIENTI
CORRETTIVI

$$K_v \rightarrow \frac{V_0}{V} \quad \beta$$

$$K_h \rightarrow \frac{h_2}{h_{max}} \quad \beta$$

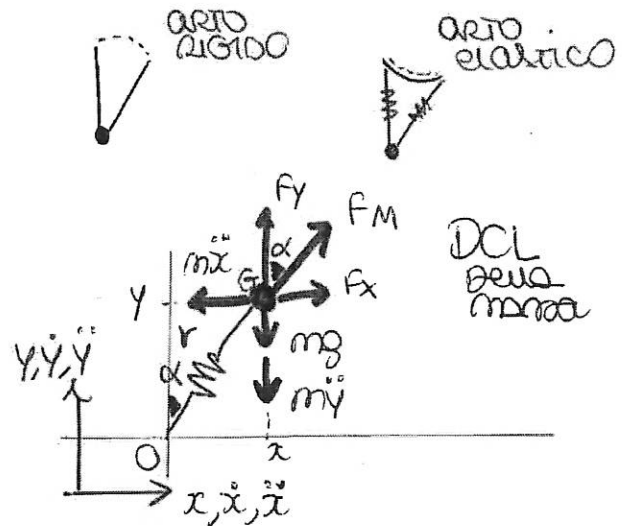
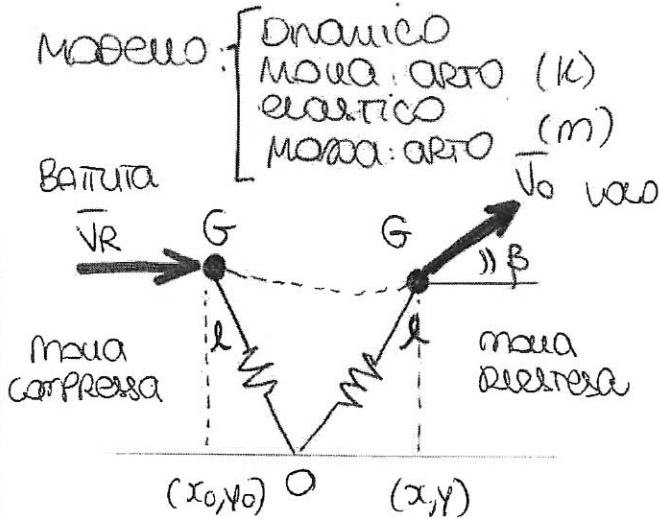
$$K_v \cdot V_0$$

$$K_h \cdot h_2$$



② SALTO IN LUNGO: BATTUTA CON ARTO ELASTICO

Modello fisico dinamico che vale solo nella fase di battuta



BATTUTA: il percorso di G prevede

- schiacciamento molla (flessione ginocchio)
- allungamento molla (estensione)
- $l \geq r \geq l$

Grandezze: $m = \text{massa}$
 $k = \text{rigidezza molla}$, difficile da individuare k biologico
 $l = \text{lunghezza iniziale molla}$
 $r = \text{lunghezza molla schiacciata (istante generico)}$ (x, y)

Massa soggetta a: forza peso $P = mg$
 Forza molla $F_m = k(l - r)$
 Forze d'inerzia $m\ddot{x}, m\ddot{y}$ opposte a $\ddot{x}$ e $\ddot{y}$

Δx

$F_y = F_m \cos \alpha$
 $F_x = F_m \sin \alpha$

Equazioni di equilibrio:

$$\begin{aligned} \rightarrow F_x &= k(l - r) \sin \alpha = m\ddot{x} \\ \uparrow F_y &= k(l - r) \cos \alpha = mg + m\ddot{y} \end{aligned} \quad \begin{cases} m\ddot{x} - k(l - r) \sin \alpha = 0 \\ m\ddot{y} + mg - k(l - r) \cos \alpha = 0 \end{cases}$$

Considerazioni geometriche

$$\begin{aligned} x &= r \sin \alpha \rightarrow \sin \alpha = x/r \\ y &= r \cos \alpha \rightarrow \cos \alpha = y/r \\ r &= \sqrt{x^2 + y^2} \end{aligned}$$

Modello dinamico della battuta

$$\begin{cases} m\ddot{x} - k(l - \sqrt{x^2 + y^2}) \frac{x}{r} = 0 \\ m\ddot{y} + mg - k(l - \sqrt{x^2 + y^2}) \frac{y}{r} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} \ddot{x} - \frac{k}{m}(\bar{x}) \left(\frac{l}{\sqrt{x^2 + y^2}} - 1 \right) = 0 \\ \ddot{y} + g - \frac{k}{m}(\bar{y}) \left(\frac{l}{\sqrt{x^2 + y^2}} - 1 \right) = 0 \end{cases}$$

sono equazioni differenziali del 2° ordine
 occorre definire 4 condizioni al contorno: $x_0, y_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0$ posizione e velocità di mat=0

Il sistema non si può risolvere analiticamente, ma in forma chiusa (matlab) ricavando l'andamento nel tempo delle variabili x e y

t	x	y	$\dot{x}$	$\dot{y}$	$\ddot{x}$...	r
0						
1ms						
2ms						
...						
T	x_F	y_F	$\dot{x}_F$	$\dot{y}_F$		

ROUTINE W, ma lo voglio si ferma

$$r \geq l$$

$$\sqrt{x^2 + y^2} \geq l$$

quando finisce la battuta, la molla è restesa ed inizia il volo

Ciclo IF ($r \leq l$)
ISTRUZIONI

Posso così calcolare L (di prima) se conosco

$$v_0^2 = \dot{x}_F^2 + \dot{y}_F^2$$

$$\tan \beta = \dot{y}_F / \dot{x}_F$$

$$\beta = \arctan(\dot{y}_F / \dot{x}_F)$$

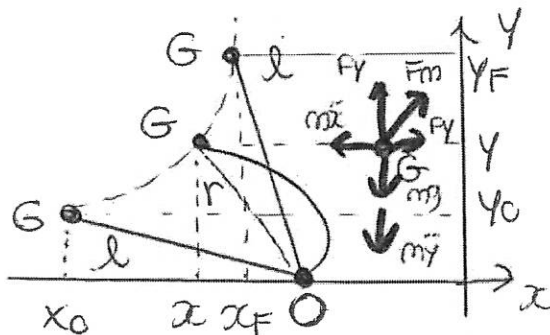
$K \div 10/50 \text{ KN/m}$
 y, p al variare di $K (^\circ, v_0)$
 L al variare di $K (^\circ)$

③ SALTO CON L'ASTA

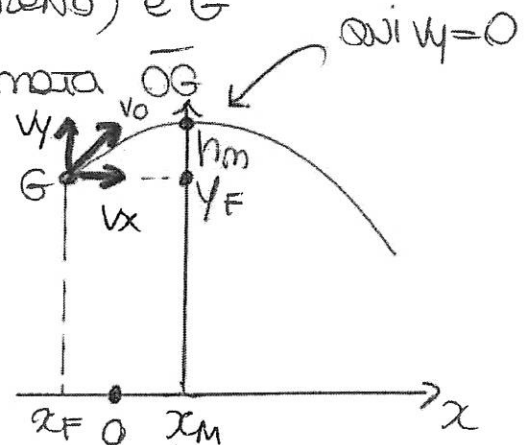
Stesso modello fisico della battuta e del salto in lungo

Dati: r = distanza O (vincolo asta/terreno) e G in un istante generico

l = distanza della molla in forma tesa



$K \div 500/900 \text{ KN/m}$
(750-800)
 h_m
(6,50m)



Per quanto riguarda la molla = asta, il modello ed i calcoli sono gli stessi.

I valori ottenuti $x_F, y_F, \dot{x}_F, \dot{y}_F$ si usano invece a calcolare

h_m = altezza teorica del salto = massimo della traiettoria

x_m = posizione in cui viene raggiunta

Il baricentro ha sempre la traiettoria parabolica del moto balistico.

$$v_0 \begin{cases} v_x = \dot{x}_F \\ v_y = \dot{y}_F - gt \end{cases} \text{ integrato } \begin{cases} x_m = x_F + \dot{x}_F T_m \\ h_m = y_F + \dot{y}_F T_m - \frac{1}{2} g T_m^2 \end{cases}$$

$$\downarrow v_y = 0, t = T_m$$

$$0 = \dot{y}_F - g T_m, T_m = \frac{\dot{y}_F}{g}$$

ma a T_m
 $v_y = 0!!$

$$\begin{cases} x_m = x_F + \dot{x}_F \dot{y}_F / g \\ h_m = y_F + \dot{y}_F^2 / g - \frac{1}{2} g \dot{y}_F^2 / g^2 = y_F + \dot{y}_F^2 / 2g \end{cases}$$

$y_{max} = h_m$ deve essere raggiunto
a $x_m \leq 0$ per superare l'asta!!