



Centro Stampa

ATTENZIONE QUESTI APPUNTI SONO OPERA DI STUDENTI , NON SONO STATI VISIONATI DAL DOCENTE. IL NOME DEL PROFESSORE, SERVE SOLO PER IDENTIFICARE IL CORSO.

N° 1000

**COMUNICAZIONI ELETTRICHE
TEORIA ESERCIZI**

DI LACIRIGNOLA FEDERICA

Valter Ferrero

19/11/12

DET 011 564 4158

valter.ferrero@polito.it

Libri di riferimento:

- L.W. COUCH "Digital and Analog Communication Systems"
Dennice Hall
- (APOGEO)
- Alberto Bianco Tondin "Esercizi svolti di comunicazioni elettriche"
CLUT

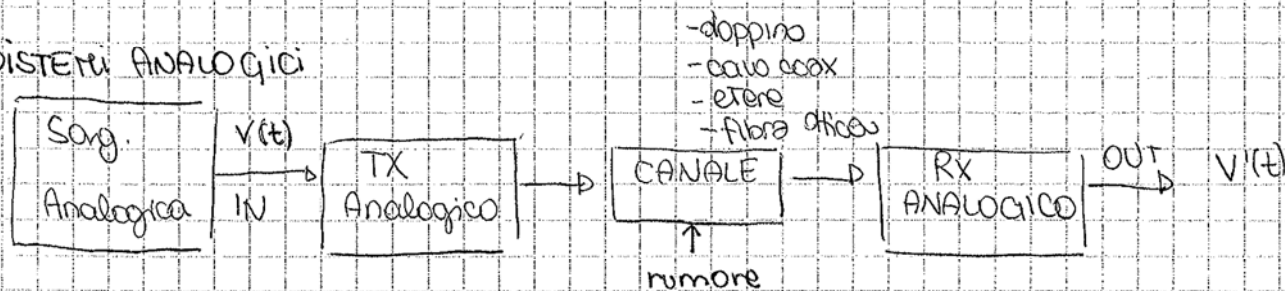
Sistemi di Trasmissione

- Digitali
- Analogici

Sistemi di TX:

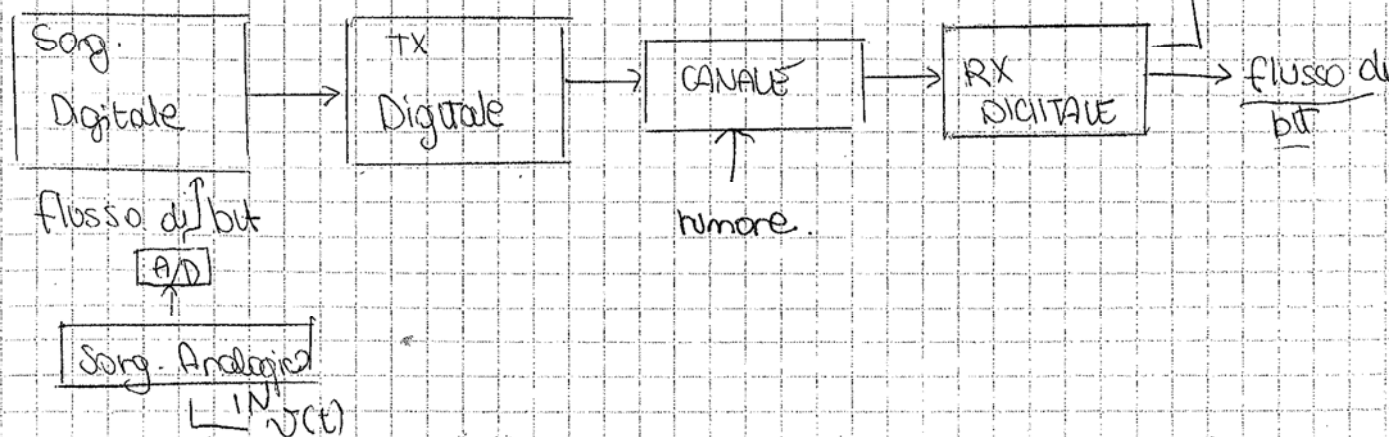
- Analogici: trasmissione di segnali reali continui nel tempo
- Digitali: il segnale da trasporto è discretizzato:
 - nel tempo
 - nelle ampiezze

SISTEMI ANALOGICI



$V'(t)$ in uscita sia il più possibile simile a $v(t)$

SISTEMI DIGITALI



Ripasso sui dB.

È la minima quota sonora che l'orecchio umano può percepire. $\rightarrow$ DECIBEL

RAPPORTI DI POTENZA

$G_{\text{potenza lineare}} \triangleq \frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}}$

$$G_{\text{potenza dB}} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_{\text{out}}}{P_{\text{in}}} \right)$$

$$G_{\text{lineare}} \triangleq 10^{G_{\text{dB}}/10}$$



$$A_{\text{dB}} = 20 \log_{10} \frac{V_2}{V_1}$$

$$G \triangleq |A|^2 \Rightarrow G_{\text{dB}} = 10 \log_{10} G = 10 \log_{10} |A|^2 = 20 \log_{10} |A|$$

In dB, il guadagno di potenza e di ampiezza è lo stesso.

Unità Logarithmiche:

- Misura di potenza assoluta

dBm : potenze rapportate a 1mW

$$P_{\text{dBm}} \triangleq 10 \log_{10} \frac{P [\text{W}]}{10^{-3} [\text{W}]} = 10 \log_{10} \frac{P [\text{mW}]}{1 [\text{mW}]}$$

Esempio:

$$P = 0.02 \text{ W} = 20 \text{ mW}$$

$$P_{\text{dBm}} = 10 \log_{10} \left(\frac{20 [\text{mW}]}{1 [\text{mW}]} \right) = 13 \text{ dBm}$$

- dBW [potenze rapportate a 1W]

- dBmV [ampiezze rapportate a 1mW] $\Rightarrow 20 \log_{10} \frac{V}{10^{-3} \text{ V}}$

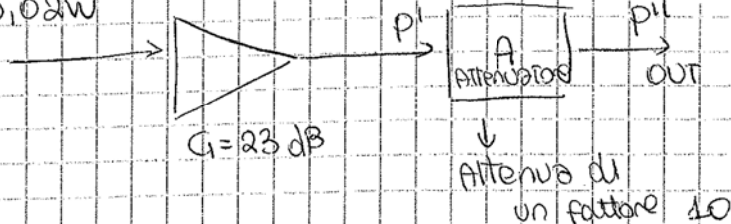
$$\bullet \frac{P_2}{P_1} = 10^n \Rightarrow n = 10 \text{ [dB]}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 2 \Rightarrow 3 \text{ [dB]}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = 4 \Rightarrow 6 \text{ [dB]}$$

Esempio :

$$P_{in} = 0,02 W$$



$$P'' = \frac{1}{10} P'$$

Quanto vale la P_{out} ?

$$0,02 W \Rightarrow 10 \log \left(\frac{0,02}{10^{-3}} \right) = 13 \text{ dBm} \rightarrow \text{potenza in ingresso in dB}$$

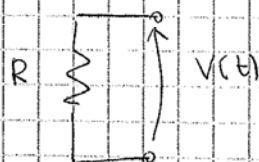
$$G \triangleq \frac{P''}{P} = \frac{1}{10}$$

$$G_{att|dB} = 10 \log_{10} \left(\frac{1}{10} \right) = -10 \text{ dB}$$

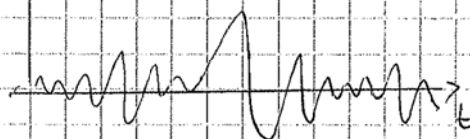
$$P_{out|dBm} = P_{in|dBm} + G_{dB} + G_{att|dB} = 13 + 23 - 10 = 26 \text{ dBm} \rightarrow \approx 400 \text{ mW}$$

$$\left(\begin{array}{l} \text{dBm} + \text{dB} = \text{dBm} \\ \text{dB} + \text{dB} = \text{dB} \end{array} \right) \text{ Ricorda che } \dots$$

RUMORE TERMICO



$$\langle V(t) \rangle = 0$$



Il moto termico degli elettroni genera una certa tensione di rumore.
 Il moto è diverso da 0 tranne che a $0^\circ K$.

$$P_V(f) = P$$

densità spettrale di potenza $\rightarrow$ spettro

$$P_V(f) = 2R \left[\frac{RfI}{2} + \frac{RfI}{e^{RfI/kT} - 1} \right] \left[\frac{V^2}{Hz} \right]$$

h : costante di Planck
 $6,626 \cdot 10^{-34} \text{ J/Hz}$

Rivale alla f. d'onde

$\uparrow$ Rumore dovuto al principio di indet. di Heisenberg

$\downarrow$ Rumore dovuto al moto termico

$$k: \text{costante di Boltzmann} = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ [J/K]}$$

$$T: \text{Temp in } ^\circ\text{K} \quad (0^\circ\text{C} = 273^\circ\text{K})$$

$$\text{Temp: } 0^\circ\text{C} - 50^\circ\text{C}$$

$$\text{freq} < 1 \text{ THz} \rightarrow < 0,1 \text{ THz}$$

$$hf = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 0,1 \cdot 10^{12} = 6,626 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{11} \approx 6 \cdot 10^{-23}$$

↑
caso migliore

$$\frac{hf}{kT} = \frac{6 \cdot 10^{-23}}{1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} \approx \frac{1}{100} < 1$$

$$\text{Quindi: } \left(e^{\frac{hf}{kT}} - 1 \right) \approx \frac{hf}{kT} \approx \frac{1}{100}$$

Quindi il rumore Termico è maggiore dell'altro

$$\frac{hf}{2} \rightarrow \text{trascurabile}$$

$$P_v(f) = 2R \left[\frac{hf}{2} + \frac{kT}{2} \right] = 2RkT \left[\frac{V^2}{\text{Hz}} \right]$$

Serve per misurare la tensione RMS del rumore

Valutare il rumore in Tensione su una banda B

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{\langle V^2(t) \rangle} = \sqrt{\int_{-B}^B P_v(f) df} = \sqrt{\int_{-B}^B 2RkT df} =$$

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{4RkTB}$$

valore rms

su una banda B

rumore Termico è anche chiamato rumore

bianco (poiché non dip. dalla frequenza)

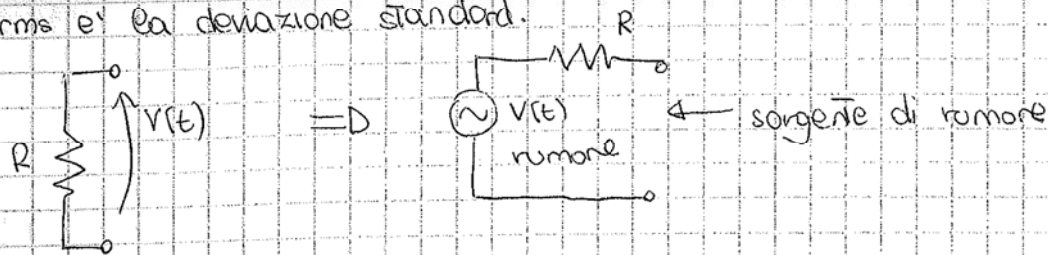
$$\text{Es: } R = 100 \Omega \quad T = 300 \text{ K}$$

$$B = 1 \text{ MHz}$$

$$P_v = 4RkTB = 4 \cdot 100 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 10^6 = 1,56 \cdot 10^{-12} \text{ [V}^2\text{]}$$

$$V_{\text{rms}} = \sqrt{P_v} = \sqrt{1,56 \cdot 10^{-12}} = 1,28 \cdot 10^{-6} \text{ [V]}$$

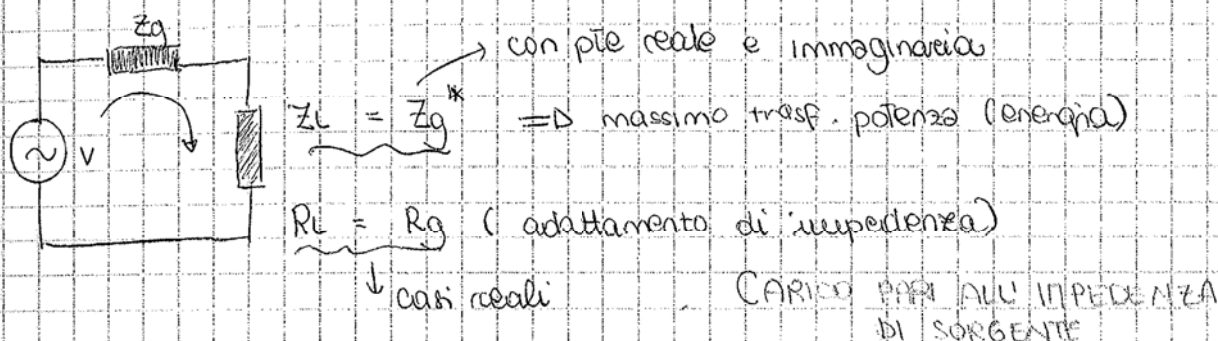
V_{rms} e' la deviazione standard.



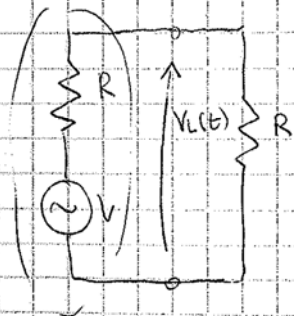
$P_V(f)$

$P_I(f)$ ← spettro di potenza di rumore in corrente $\left[\frac{A^2}{Hz} \right] = \frac{2KT}{R}$

Nei sistemi si unifica la potenza.



Potenze su circuiti adattati in impedenza.



Non confondere con i filtri adattati

$$V_L(t) = \frac{V(t)}{2} \Rightarrow P_L = \frac{V_L^2}{R} = \left(\frac{V(t)}{2} \right)^2 \cdot \frac{1}{R}$$

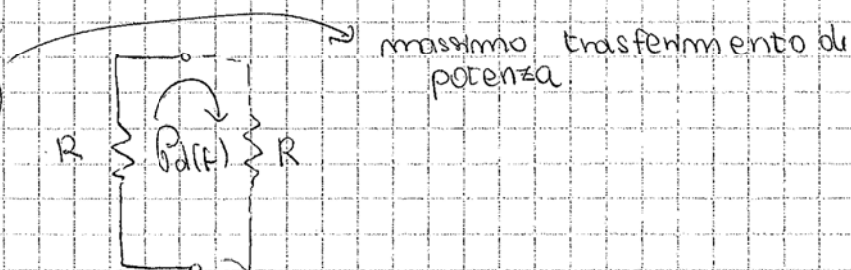
$$\text{DISPONIBILE} = \frac{V(t)^2}{4R} = \frac{P_V}{4R} \quad \text{sorg. di rumore}$$

$$P_L(f) = \frac{1}{4R} P_V(f) = \frac{2RKT}{4R} = \frac{KT}{2} \left[\frac{W}{Hz} \right]$$

Potenza disponibile

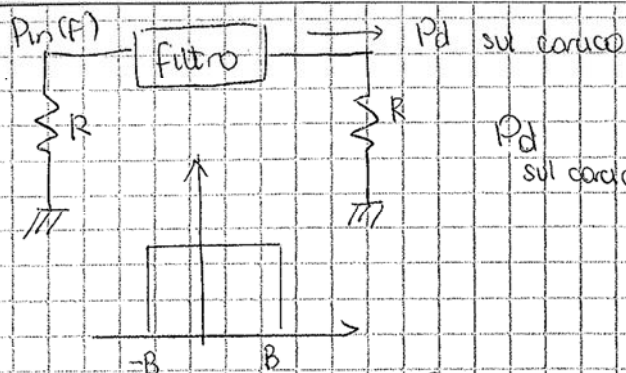
$$P_d(f) = \frac{KT}{2} \left[\frac{W}{Hz} \right]$$

di rumore



Commenti:

Tale spettro di potenza ha una interpretazione fisica



$$P_d \text{ sul carico} = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{KT}{2} |H(f)|^2 df = \int_{-B}^B \frac{KT}{2} df = \frac{KT}{2} \cdot 2B = KTB \text{ [W]}$$

Potenza all'uscita di un sistema

Potenza di rumore sul carico

Caratterizzazione di una sorgente generica

Qualunque sorgente generica genera anche del rumore

Si definisce la temperatura equivalente di rumore: T_{eq}

$$T_{eq} \triangleq \frac{\text{Potenziale di rumore (su una banda B)}}{KB}$$



Se non ci sono ulteriori fonti di rumore, T_{eq} è la temperatura a cui è soggetta la resistenza.

$T_{eq} = \Delta$ può non essere la temperatura ambiente, quindi è fittizia.

DOPPI BIPOLI

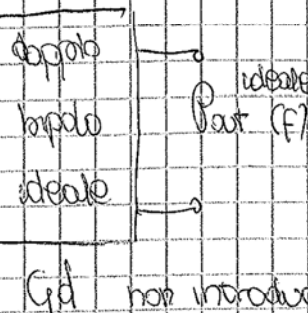
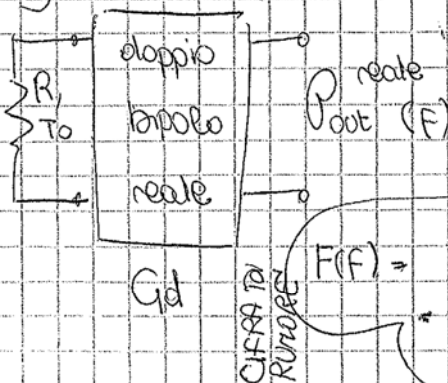


1) Guadagno in potenza disponibile (condizioni di adattamento)

$$G_d(f) = \frac{P_{out}(f)}{P_{in}(f)} = G(f) \triangleq |H(f)|^2$$

$$P_{out}(f) = G_d(f) \cdot P_{in}(f) = |H(f)|^2$$

2) Rumore?



G_d non introduce rumore

$$F(f) = \frac{KT_0}{2} G_d + P_{\text{interio}} \text{ (del doppio bipolo)}$$

$$\frac{KT_0}{2} \cdot G_d$$

$$F(f) \geq 1 \quad (\text{in generale}) \quad F(f) > 1$$

Spesso la densità di rumore non dipende dalla frequenza
la cifra di rumore è definita:

- con il sistema adattato in impedenza
- con resistenza di ingresso a $T = 290^\circ K$
- all'equilibrio termico ($290^\circ K$)

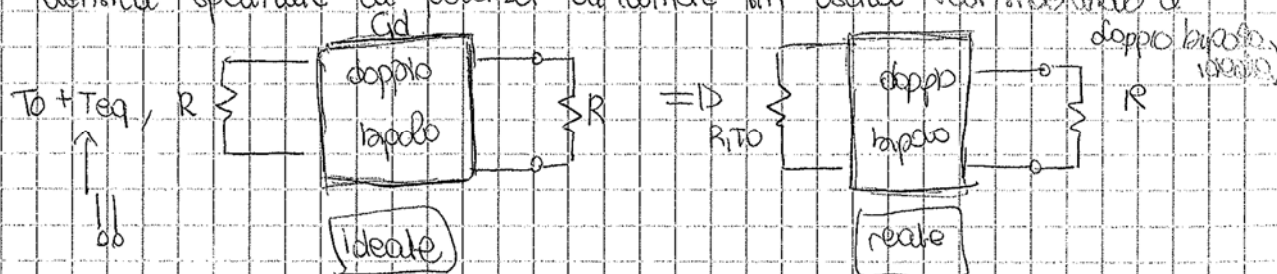
IMPORTANTE!

Temperatura equivalente di rumore:

$$P_{\text{out}}^{\text{reale}}(f) = G_d(f) \cdot \frac{k}{2} T_0 + G_d(f) \cdot \frac{k}{2} T_{\text{eq}}(f)$$

resistenza di ingresso interno al doppio bipolo

T_{eq} rumore di un doppio bipolo è l'aumento ideale di temperatura
che si deve dare al resistore di ingresso per avere la corretta quantità
di densità spettrale di potenza di rumore in uscita (considerando il



lo spettro di potenza in uscita è il medesimo.

Relazioni tra T_{eq} e F

$$P_{\text{out}}^{\text{reale}} = G_d \frac{k}{2} (T_0 + T_{\text{eq}})$$

$$P_{\text{out}}^{\text{ideale}} = G_d \frac{k}{2} T_0 \cdot F$$

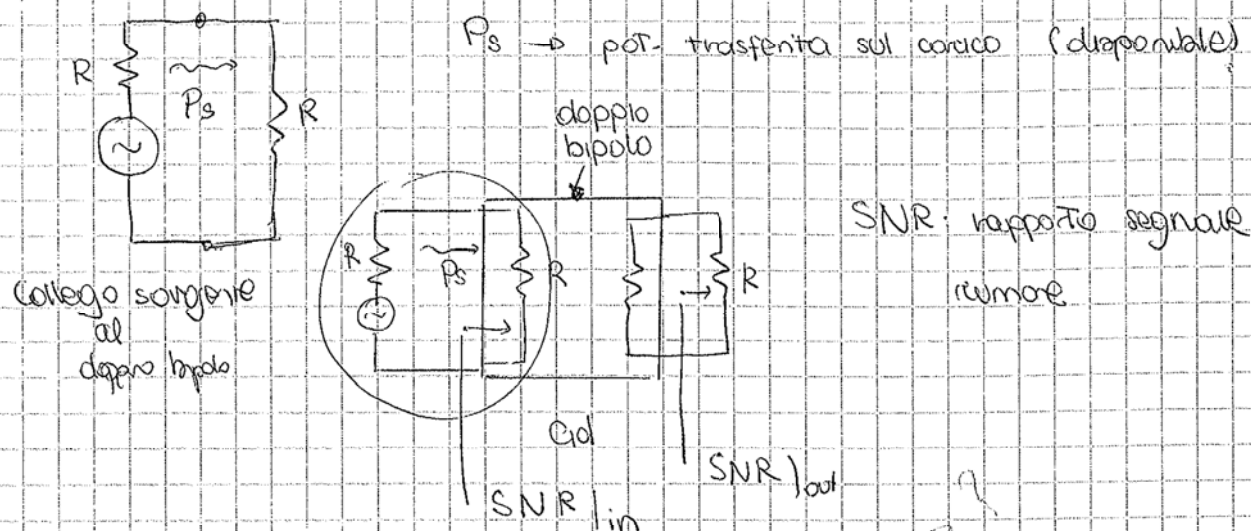
$$\frac{T_0 + T_{\text{eq}}}{T_0} = \frac{T_0 \cdot F}{T_0}$$

$$\begin{cases} F = 1 + \frac{T_{\text{eq}}}{T_0} \\ T_{\text{eq}} = T_0 (F - 1) \end{cases}$$

FORMULE DI
CONVERSIONE

Interpretaz. fisica della cifra di rumore F

RAPPORTO SEGNALE RUMORE



$$SNR_{in} = \frac{P_s}{\frac{kT_0 \cdot 2B}{2}} = \frac{P_s}{kT_0 B}$$

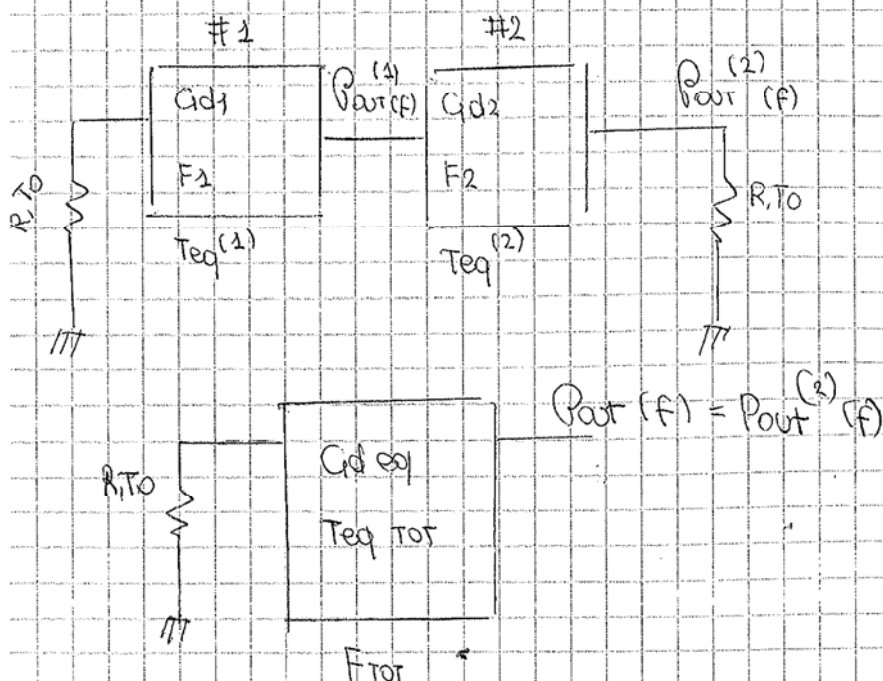
$$SNR_{out} = \frac{P_s \cdot G_d}{\frac{kT_0 \cdot F \cdot 2B \cdot G_d}{2}} = \frac{P_s}{kT_0 F B}$$

$$\Rightarrow F = \frac{SNR_{in}}{SNR_{out}}$$

Dato che $F > 1$,
 $SNR_{in} > SNR_{out}$

Il rapporto SIR è sempre peggiore in uscita rispetto a quello in ingresso.

CASCATE DI DOPPI BIPOLI



$$P_{out}^{(1)}(f) = \frac{k}{2} (T_o + T_{eq}^{(1)}) \cdot G_{d1}$$

$$P_{out}^{(2)} = P_{out}^{(1)}(f) \cdot G_{d2} + \frac{k}{2} T_{eq}^{(2)} \cdot G_{d2}$$

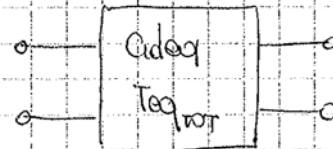
$$= \frac{k}{2} (T_o + T_{eq}^{(1)}) \cdot G_{d1} \cdot G_{d2} + \frac{k}{2} T_{eq}^{(2)} \cdot G_{d2}$$

$$= \frac{k}{2} \underbrace{G_{d1} \cdot G_{d2}}_{G_{deg}} \left[\underbrace{T_o + T_{eq}^{(1)}}_{T_{eq\,TOT}} + T_{eq}^{(2)} / G_{d1} \right]$$

$$P_{out}^{(2)} = \frac{k}{2} G_{deg} [T_o + T_{eq\,TOT}]$$

$$G_{deg} = G_{TOT} = G_{d1} \cdot G_{d2}$$

$$T_{eq\,TOT} = T_{eq}^{(1)} + \frac{T_{eq}^{(2)}}{G_{d1}}$$



dimostrazione per arrivare alla T_{eq} in una cascata di doppi bipoli

Se avessimo una catena con n doppi bipoli

$$G_{deg\,TOT} = \prod_{i=1}^n G_{di}$$

$$T_{eq\,TOT} = T_{eq}^{(1)} + \frac{T_{eq}^{(2)}}{G_{d1}} + \frac{T_{eq}^{(3)}}{G_{d1} G_{d2}} + \dots$$

20/11/13

$$\begin{cases} F(f) = 1 + \frac{T_{eq}(f)}{T_o} \\ T_{eq}(f) = T_o [F(f) - 1] \end{cases}$$

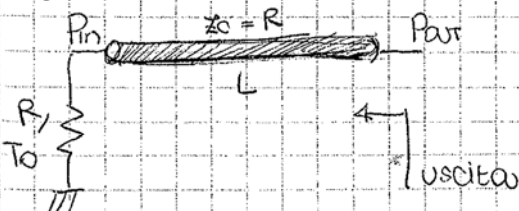
Catene di doppi bipoli

$$T_{eq\,TOT} = T_{eq}^{(1)} + \frac{T_{eq}^{(2)}}{G_{d1}} + \frac{T_{eq}^{(3)}}{G_{d1} G_{d2}} + \dots + \frac{T_{eq}^{(i)}}{G_{d1} G_{d2} \dots G_{di-1}}$$

$$F_{TOT} = F_1 + \frac{F_2 - 1}{G_{d1}} + \frac{F_3 - 1}{G_{d1} G_{d2}} + \dots + \frac{F_i - 1}{G_{d1} G_{d2} \dots G_{di-1}}$$

Esempio

Circo di rumore di un attenuatore passivo elettrico.

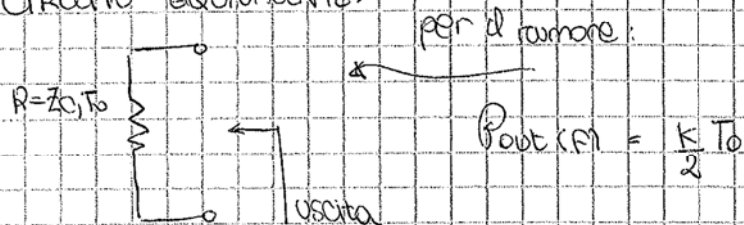


$$L \triangleq \frac{P_{in}}{P_{out}} \quad L_{dB} \triangleq 10 \log_{10} \frac{P_{in}}{P_{out}}$$

$$G_d \triangleq \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{1}{L}$$

Ipotesi : - adattato
- equilibrio termico, T_0

CIRCUITO EQUIVALENTE:



Quanto vale la cifra di rumore?

$$P_{out}(f) = \frac{K T_0}{2} \cdot \underbrace{F(f)} \cdot \underbrace{\frac{1}{L}} = \frac{K T_0}{2}$$

Quindi:

$$\frac{K T_0}{2} \cdot \frac{F(f)}{L} \cdot \frac{1}{L} = \frac{K T_0}{2} \quad \text{circa di rumore di un attenuatore}$$

$(F(f) = L)$

$$T_{eq} = T_0 (F - 1) = T_0 (L - 1)$$

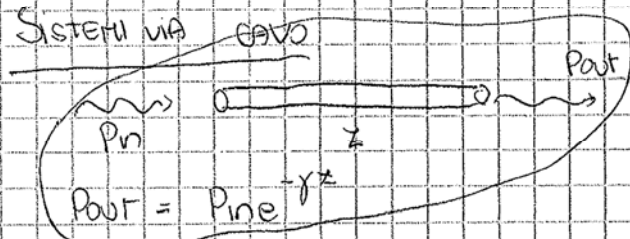
Per F, L espresse in unità lineari

CENNI ALL'EQUAZIONE DI PROPAGAZIONE

Sistemi

- via cavo: attenuaz. $e^{-\gamma z}$
- via etere $\neq$ lungo cavo
 $\rightarrow$ attenuaz. $\frac{\cos \beta z}{z^2}$

SISTEMI VIA CAVO



$\gamma > 0$ dipende da:

- caratter. cavo
- frequenza di lavoro

$$P_{out} |_{dBm} = 10 \log_{10} \frac{P_{in} e^{-\gamma z}}{10^{-3} [W]} = 10 \log_{10} \frac{P_{in} [W]}{10^{-3} [W]} + 10 \log_{10} e^{-\gamma z}$$

$$\underbrace{P_{out} |_{dBm}}_{dBm} = \underbrace{P_{in} |_{dBm}}_{dBm} + \underbrace{10 \log_{10} e^{-\gamma z}}_{dB}$$

$$10 \log_{10} e^{-\gamma z} = \frac{10}{\ln 10} \cdot \ln e^{-\gamma z} = \frac{10 \cdot (-\gamma z)}{\ln 10}$$

$$P_{out} |_{dBm} = P_{in} |_{dBm} - \underbrace{\left(\frac{10 \gamma}{\ln 10} \right)}_{\alpha} \cdot z$$

$\alpha \rightarrow dB$

Quindi:

$$P_{out} |_{dBm} = P_{in} |_{dBm} - \alpha z \rightarrow \text{valida per un cavo qualunque.}$$

$$\alpha \left[\frac{dB}{\text{unità di lunghezza}} \right]$$

$$\alpha z \left[dB \right]$$

$$\alpha \left[\frac{dB}{\text{unità di lunghezza}} \right] = \frac{dB}{km}, \frac{dB}{100m}, \frac{dB}{m}$$

fibre
ottiche

Esempi:

cavi coax. standard

	1 MHz	10 MHz	100 MHz	
RG 62 A	8,2 dB/km	27,9	88,6	[dB/km]
doppino telefonico UTP 5	21,9	77	215,7	

Cavi ad alta frequenza

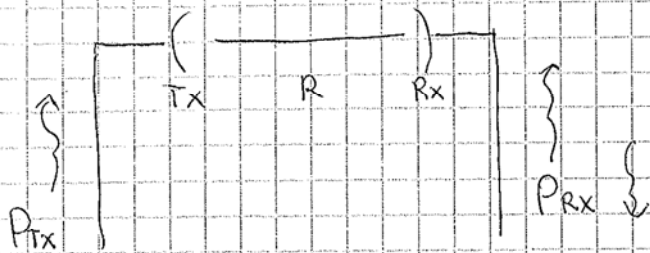
	1 MHz	10 MHz	100 MHz	1 GHz	10 GHz
RG 402	0,91	2,89	10,06	35,06	110,24

fibre ottiche

$$\alpha \approx 0,2 \frac{dB}{km}$$

su bande elevatissime (THz)

Sistemi via etere:



P_{rx} : - Potenza Tx P_{tx}
 - Distanza antenne R Via etere

$$P_{rx} = P_{tx} \frac{A_{tx} \cdot A_{rx}}{(\lambda \cdot R)^2} \quad \lambda \triangleq \frac{c}{f} \quad \text{assegnata alla attenuazione introdotta dall'etere}$$

$$\text{Attenuazione} = \frac{P_{tx}}{P_{rx}} = \frac{(\lambda R)^2}{A_{tx} \cdot A_{rx}} \quad \text{attenuazione minima}$$

A questa si aggiungerà l'attenuazione dovuta ai fenomeni atmosferici.

Esempio :

Sistema di TX con distanza 10 km

• CAVO RG62A, Tx con portante 100 MHz.

Attenuazione è pari a 88,6 dB/km = α_{RG62A}

$$L_{TOT} = \alpha \cdot L = 88,6 \cdot 10 = 886 \text{ dB}$$

$$\text{Se } P_{TX} = 1 \text{ W} \quad P_{RX} = P_{TX} \cdot 10^{-886/10} = P_{TX} \cdot 10^{-88,6}$$

$$= 2,5 \cdot 10^{-89} \text{ [W]} \quad (P_{RX} = P_{TX} \cdot L)$$

• FIBRA OTTICA

$$\alpha = 0,2 \text{ dB/km}$$

$$L = \text{attenuaz. totale} = \alpha \cdot L = 0,2 \cdot 10 = 2 \text{ dB}$$

freq portante 193 THz

• VIA ETHERE

$$f = 1 \text{ GHz}$$

$$A_{TX} = A_{RX} = 1 \text{ m}^2$$

$$L_{TOT} \triangleq \frac{P_{TX}}{P_{RX}} = \frac{(\lambda R)^2}{A_{TX} \cdot A_{RX}}$$

$$\lambda = \frac{3 \cdot 10^8}{10^9} = 0,3 \text{ m} = 30 \text{ cm}$$

$$L_{TOT} = \frac{(0,3 \cdot 10^4)^2}{1 \text{ m}^2 \cdot 1 \text{ m}^2} = 9 \cdot 10^6$$

$$L_{TOT} \Big|_{\text{dB}} = 10 \log_{10} L_{TOT} = 69,5 \text{ dB}$$

p. 52. rumore

Rappresentazione segnali a banda stretta

SEGNALE ANALITICO $v(t) = \text{Re} \left\{ \underbrace{g(t)}_{\text{segnale in banda base}} \cdot \underbrace{e^{+j2\pi f_c t}}_{\text{segnale analitico}} \right\} = x(t) \cos(2\pi f_c t) - y(t) \sin(2\pi f_c t)$

$g(t)$ è detto inviluppo complesso di $v(t)$ ed è in banda base ($f_b = 0$)

$v(t)$ segnale reale

$$g(t) = \underbrace{x(t)}_{\text{comp. in fase}} + j \underbrace{y(t)}_{\text{comp. in quadratura}}$$

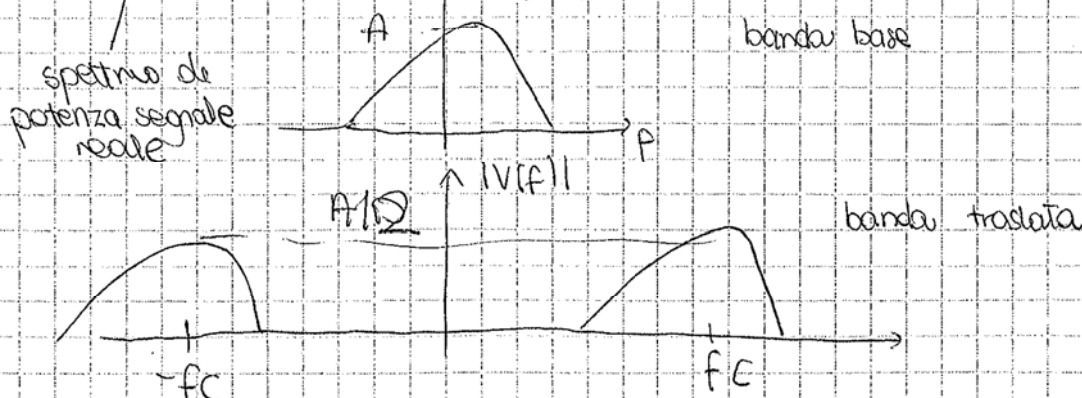
Se $v(t) = \text{Re} \{ g(t) e^{+j2\pi f_c t} \}$

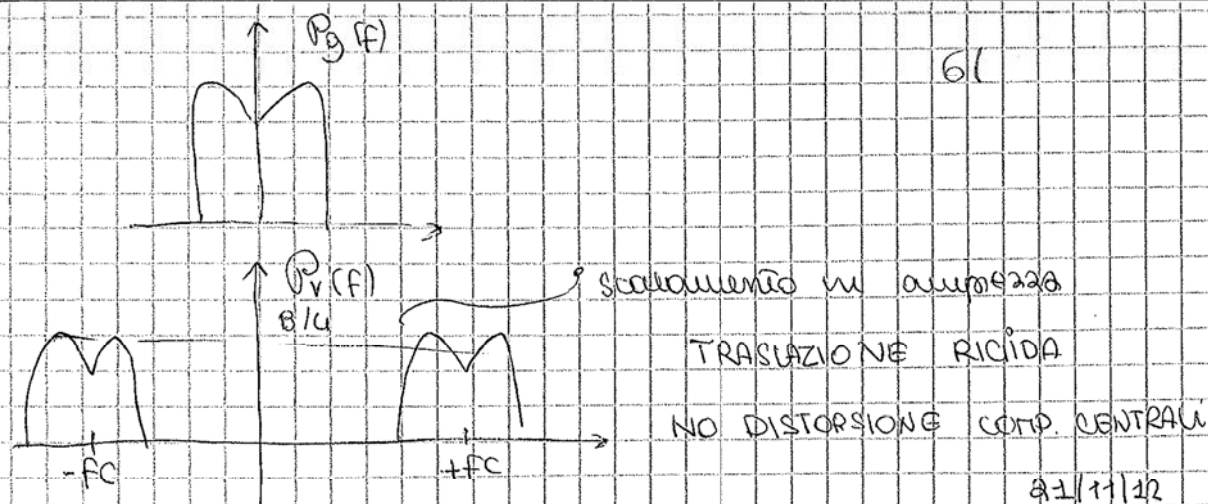
allora:

$$1) \quad V(f) = \mathcal{F}\{v(t)\} = \frac{1}{2} [G(f-f_c) + G^*(f+f_c)]$$

$$G(f) = \mathcal{F}\{g(t)\}$$

$$2) \quad P_v(f) = \frac{1}{4} [P_g(f-f_c) + P_g(-f-f_c)]$$





$$1) V(f) = \mathcal{F}\{v(t)\} = \frac{1}{2} [G(f-f_c) + G^*(-f-f_c)]$$

$$v(t) = \text{Re}\{g(t)e^{j2\pi f_c t}\}$$

$$\text{Re}\{z\} = \frac{1}{2}z + \frac{1}{2}z^*$$

$$v(t) = \frac{1}{2}g(t)e^{j2\pi f_c t} + \frac{1}{2}g^*(t)e^{-j2\pi f_c t}$$

$$V(f) \triangleq \mathcal{F}\{v(t)\} = \frac{1}{2}\mathcal{F}\{g(t)e^{j2\pi f_c t}\} + \frac{1}{2}\mathcal{F}\{g^*(t)e^{-j2\pi f_c t}\}$$

$$\mathcal{F}\{g(t)\} = G(f), \quad \mathcal{F}\{g^*(t)\} = G^*(-f)$$

$$\mathcal{F}\{g(t)e^{j2\pi f_c t}\} = G(f-f_c)$$

$$\mathcal{F}\{g^*(t)e^{-j2\pi f_c t}\} = G^*(-f-f_c)$$

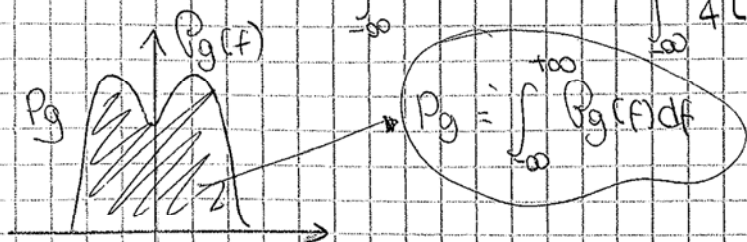
↓ Applicando le proprietà:

$$= G^*(-f-f_c)$$

$$V(f) = \frac{1}{2} [G(f-f_c) + G^*(-f-f_c)] \quad \text{c.v.d.}$$

Calcolo della potenza media

$$P_v \triangleq \langle v^2(t) \rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} P_v(f) df = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{4} [P_g(f-f_c) + P_g(-f-f_c)] df$$



$$P_v = \underbrace{\frac{1}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} P_g (f-f_0) df}_{P_g} + \underbrace{\frac{1}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} P_g (-f-f_0) df}_{P_g}$$

$$\boxed{P_v} = \frac{1}{4} P_g + \frac{1}{4} P_g = \boxed{\frac{1}{2} P_g}$$

Fasore $A \cdot \cos(2\pi f_c t)$

↑

Ampiezza

Ampiezza: A

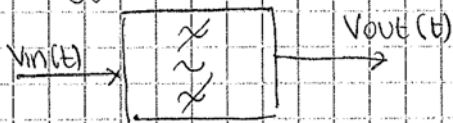
Potenza: $\frac{A^2}{2}$

$A \rightarrow$ inviluppo complesso

$$g(t) = A$$

$$P_g = A^2$$

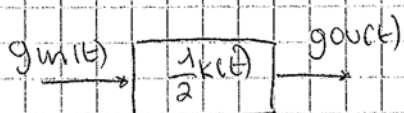
• Filtraggio passabanda



$$h(t) = \text{Re} \{ k(t) e^{j2\pi f_c t} \}$$

$$V_{in}(t) = \text{Re} \{ g_{in}(t) e^{j2\pi f_c t} \}$$

$$V_{out}(t) = \text{Re} \{ g_{out}(t) e^{j2\pi f_c t} \}$$



$$g_{out}(t) = g_{in}(t) * \frac{1}{2} k(t)$$

$k(t)$ e' l'inviluppo complesso $\tilde{h}(t)$

• Rumore

$$\tilde{n}(t) = \text{Re} \{ \tilde{n}(t) e^{j2\pi f_c t} \}$$

segnale analitico

$\tilde{n}(t)$ inviluppo complesso

Rumore $P_n(f) = \frac{K T_0}{2} = \frac{N_0}{2}$

$N_0 = K T_0$ (nel caso di rumore termico)

↑ $P_n(f)$

